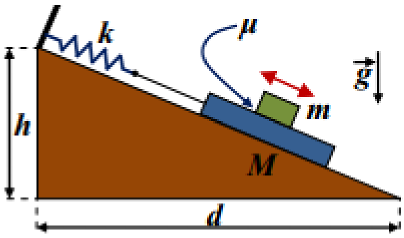
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «Робофест» по ФИЗИКЕ, ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП 2023 года
БИЛЕТ № 01 (11 классы): ВОЗМОЖНЫЕ РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ, задание 1

Вопрос: По гладкой наклонной поверхности клина скользит доска массы $M = 1{,}5$ кг, на которой находится груз массы $m = 190$ г, движущийся вместе с доской благодаря силе трения между ними. Доска через отрезок невесомой нерастяжимой нити прикреплена к концу легкой пружины с жесткостью $k = 100$ Н/м. Второй конец пружины закреплен неподвижно. Доска совершает малые гармонические колебания. Найдите их период.



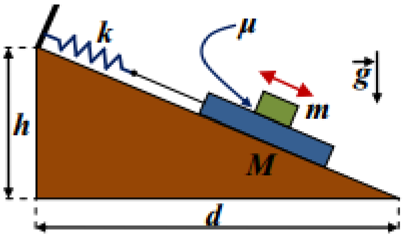
Ответ на вопрос: При гармонических колебаниях доски с грузом груз не скользит по доске, а нить остается натянутой. Так что здесь происходят колебания массы *M*+*m* на пружине с жесткостью *k*.

Период колебаний такого пружинного маятника $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{M+m}{k}} \approx 0{,}82$ с.

Критерии проверки:

Указано, что груз не скользит по доске, а нить остается натянутой ЛИБО Правильно записано уравнение движения доски с грузом ЛИБО Указано на то, что система является пружинным маятником с правильно выбранными параметрами	**4**
Правильно записана формула для периода колебаний	**4**
Дан правильный численный ответ	**2**
ВСЕГО	**10**

Задача: В системе из вопроса высота клина $h = 50$ см, ширина $d = 120$ см, а коэффициент трения между доской и грузом $\mu = 0{,}5$. Какова максимальная возможная амплитуда гармонических колебаний доски? Ускорение свободного падения равно $g \approx 10$ м/с^2.



Решение задачи: Угол наклона поверхности клина к горизонту определяется соотношением $\mathrm{tg}(\alpha) = \dfrac{h}{d} = \dfrac{5}{12}$, поэтому $\sin(\alpha) = \dfrac{h}{\sqrt{h^2+d^2}} = \dfrac{5}{13}$ и $\cos(\alpha) = \dfrac{d}{\sqrt{h^2+d^2}} = \dfrac{12}{13}$. Как видно, $\mathrm{tg}(\alpha) < \mu$. Значит, в положении равновесия груз не скользит по доске, и сила упругости пружины уравновешивает проекцию суммарной силы тяжести доски и груза на поверхность клина, то есть $k \cdot \Delta l_0 = (M+m)g\sin(\alpha)$. Растяжение пружины в этом положении $\Delta l_0 = \dfrac{(M+m)g\sin(\alpha)}{k}$. Поэтому при гармонических колебаниях доски с грузом с амплитудой x_m растяжение пружины будет изменяться в пределах от $\Delta l_{\min} = \dfrac{(M+m)g\sin(\alpha)}{k} - x_m$ до $\Delta l_{\max} = \dfrac{(M+m)g\sin(\alpha)}{k} + x_m$. В данной системе возможны две причины нарушения гармоничности колебаний: провисание нити (при этом ускорение доски становится постоянным) и начало проскальзывания груза по доске (происходят потери механической энергии). Поэтому при гармонических колебаниях необходимо выполнение двух требований:

а) Нить, соединенная с пружиной, натянута. Для этого пружина должна быть растянута в течении всего периода колебаний, то есть $\Delta l_{\min} = \dfrac{(M+m)g\sin(\alpha)}{k} - x_m \ge 0$. Как видно, это требование означает, что $x_m \le \dfrac{(M+m)g\sin(\alpha)}{k} = \dfrac{(M+m)gh}{k\sqrt{h^2+d^2}} \approx 6{,}5$ см.

б) Сила трения покоя, действующая на груз $|F_{тр}| \le \mu mg\cdot\cos(\alpha)$. При совместном движении груза и доски именно эта сила вместе с проекцией силы тяжести создает у груза ускорение, равное ускорению доски (нить прикреплена к доске!). Запишем уравнение движения груза в проекции на ось *x*, направленную вверх вдоль поверхности доски: $m \cdot a_x = F_{тр} - mg\sin(\alpha)$. Максимальная величина ускорения доски при гармонических колебаниях $a_m = \omega^2 x_m = \dfrac{k}{M+m} x_m$. Следовательно, максимальная необходимая величина силы трения $F_{тр\max} = m[g\sin(\alpha) + \omega^2 x_m]$, и проскальзывание груза не происходит, если $g\sin(\alpha) + \omega^2 x_m \le \mu g\cos(\alpha) \Rightarrow x_m \le \dfrac{(M+m)g}{k}[\mu\cos(\alpha) - \sin(\alpha)] \approx 1{,}3\,см$.

Как видно, вторе требование «жестче», и именно оно ограничивает амплитуду гармонических колебаний.

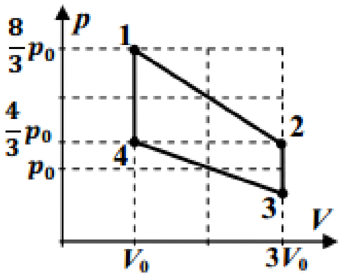
Ответ: $x_m \le \dfrac{(M+m)g}{k}\dfrac{\mu d - h}{\sqrt{h^2+d^2}} \approx 1{,}3\,см$, при превышении этого значения груз скользит по доске.

Критерии проверки:

Правильно найдено растяжение пружины в положении равновесия	**3**
Указаны обе возможные причины нарушения гармоничности колебаний	**2+2=4**
Правильно записано ограничение на амплитуду, обеспечивающее отсутствия провисания нити	**2**
Правильно записано ограничение на амплитуду, обеспечивающее отсутствие проскальзывания груза	**2**
Правильно выбрано наиболее жесткое ограничение	**1**
Получена правильная формула для ответа	**2**
Получен правильный численный ответ	**1**
ВСЕГО	**15**

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «Робофест» по ФИЗИКЕ, ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП 2023 года
БИЛЕТ № 01 (11 классы): ВОЗМОЖНЫЕ РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ, задание 2

Вопрос: На рисунке в координатах давление-объем показана диаграмма циклического процесса над одноатомным идеальным газом. Справедливо ли утверждение, что на участке 1-2 газ только получает тепло? Ответ обосновать.



Ответ на вопрос: На участке 1-2 объем газа растет, а зависимость давления от объема, как нетрудно проверить, описывается уравнением прямой $p(V)=\frac{10}{3}p_0\left(1-\frac{V}{5V_0}\right)$. С его помощью можно вычислить количество теплоты, которым газ обменивается с окружающими телами при малом изменении объема ΔV:

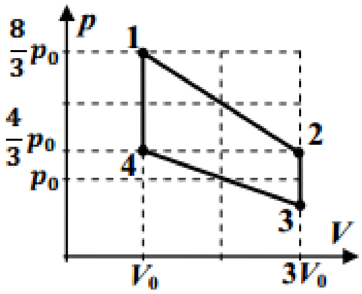
$$\Delta Q \approx p\cdot\Delta V+\frac{3}{2}\Delta(pV)\approx\frac{5}{2}p\cdot\Delta V+\frac{3}{2}V\cdot\Delta p=\frac{1}{3}p_0\cdot\Delta V\left(25-8\frac{V}{V_0}\right),$$

то есть при $V\in[V_0,3V_0]$ на этом участке $\Delta V>0$ и $\Delta Q>0$, то есть в этом процессе действительно газ только получает тепло – утверждение справедливо.

Критерии проверки:

Записана в аналитической форме зависимость давления от объема	**2**
Правильно записана формула I Начала термодинамики (ΔQ через ΔV и Δp)	**3**
Получена правильное выражение для ΔQ в произвольной точке процесса в форме, позволяющей установить ее знак	**3**
Дан правильный ответ	**2**
ВСЕГО	**10**

Задача: Рабочим телом тепловой машины является постоянное количество одноатомного идеального газа. Цикл рабочего тела на графике в координатах давление-объем имеет вид трапеции 1234, показанной на рисунке. Определите работу газа в этом процессе и найдите КПД цикла.



Решение задачи: Работа газа в циклическом процессе равна площади цикла в координатах давление-объем. В данном случае это площадь трапеции $A=\frac{1}{2}\left(\frac{4}{3}p_0+\frac{2}{3}p_0\right)\cdot 2V_0=2p_0V_0$. Как мы выяснили, в процессе 1-2 газ только получает тепло. В процессе 3-4 объем газа уменьшается, и при каждом значении объема давление равно в два раза меньше, чем в процессе 1-2. Общий коэффициент не влияет на знак ΔQ, так что в этом случае $\Delta Q=\frac{1}{6}p_0\cdot\Delta V\left(25-8\frac{V}{V_0}\right)$ в ходе всего процесса – на участке 3-4 газ только отдает тепло. С другими процесса разобраться легко: в изохорном нагревании (4-1) газ получает тепло, а в изохорном охлаждении – отдает. Значит, количество теплоты нагревателя $Q_H=Q_{41}+Q_{12}$. Общая работа в этом процессе $A_{412}=A_{12}=\frac{1}{2}\left(\frac{8}{3}p_0+\frac{4}{3}p_0\right)\cdot 2V_0=4p_0V_0$, а изменение внутренней энергии $\Delta U_{412}=\frac{3}{2}\left(\frac{4}{3}p_0\cdot 3V_0-\frac{4}{3}p_0\cdot V_0\right)=4p_0V_0$, и $Q_H=8p_0V_0$. В итоге получаем, что $\eta=\frac{A}{Q_H}=\frac{1}{4}=25\%$.

Ответ: $A=2p_0V_0$, $\eta=\frac{A}{Q_H}=\frac{1}{4}=25\%$.

Критерии проверки:

Указано (используется в решении), что на участке 3-4 газ только отдает тепло	**2**
Правильно указаны все участки цикла, на который газ отдает (либо получает) тепло	**3**
Правильно найдены ЛЮБЫЕ ДВЕ из ТРЕХ величин: A, Q_H или Q_X	**3+3=6**
Используется правильная формула для КПД (через найденные величины)	**1**
Получен правильный численный ответ	**3**
ВСЕГО	**15**

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «Робофест» по ФИЗИКЕ, ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП 2023 года
БИЛЕТ № 01 (11 классы): ВОЗМОЖНЫЕ РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ, задание 3

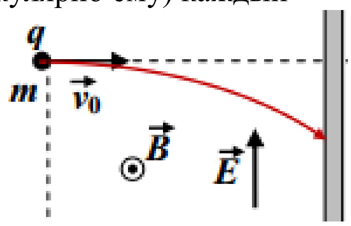
Вопрос: Ион с удельным зарядом $z = +7\cdot 10^6$ Кл/кг влетел в постоянное магнитное поле с индукцией $B = 0{,}1$ Тл, двигаясь перпендикулярно линиям магнитной индукции со скоростью v = 1,4 км/с. Определите радиус траектории этого иона.

Ответ на вопрос: Центростремительное ускорение иона создается силой Лоренца, то есть $m\dfrac{v^2}{R} = qvB$. Из этого уравнения видно, что $R = \dfrac{v}{zB} = 2$ мм.

Критерии проверки:

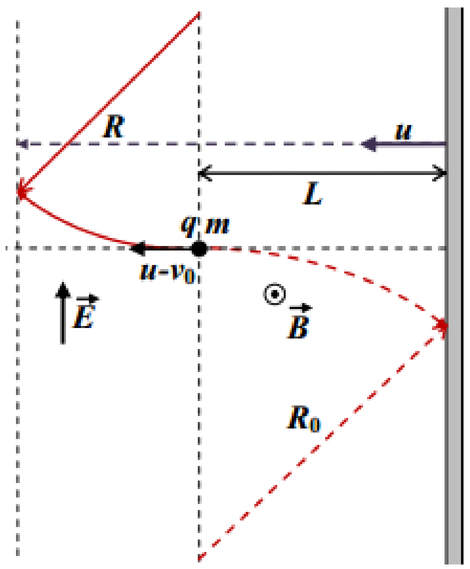
Используется правильное выражение для силы Лоренца	**1**
Правильно записано уравнение движения иона в магнитном поле	**3**
Получена правильная формула для R	**3**
Дан правильный численный ответ	**2**
ВСЕГО	**10**

Задача: Ионная пушка выстреливает ионы в направлении экрана (перпендикулярно ему) каждый раз с одной и той же начальной скоростью $v_0 = 1{,}45$ км/с. Удельный заряд иона $\dfrac{q}{m} = +2{,}618\cdot 10^6$ Кл/кг, в области его движения, в вакууме, создано однородное магнитное поле с индукцией $B = 0{,}2$ Тл. Полет каждого иона до экрана занимал время $t_0 = 2$ мкс. Затем в области движения ионов создали однородное электрическое поле, направленное перпендикулярно векторам индукции и начальной скорости. После этого время движения иона до экрана уменьшилось в два раза. Найдите напряженность созданного электрического поля.



Решение задачи: До включения электрического поля ионы двигались с угловой скоростью $\omega = \dfrac{qB}{m}$ по окружности радиуса $R_0 = \dfrac{mv_0}{qB} = \dfrac{v_0}{\omega}$. Пусть L – расстояние от точки старта ионов до экрана. Тогда из геометрии (см. рисунок, красный пунктир), с учетом того, что угол поворота иона за время движения $\varphi_0 = \omega t_0$, находим, что $L = R_0\sin(\varphi_0) = \dfrac{v_0}{\omega}\sin(\omega t_0)$.

После включения электрического поля уравнение движения иона принимает вид $m\vec{a} = q\cdot\vec{E} + q[\vec{v}\times\vec{B}]$. Удобно перейти в «дрейфующую» Систему Отсчета, которая движется относительно исходной с постоянной скоростью $u = \dfrac{E}{B}$, совпадающей по направлению с $\vec{v}_0$. В этой СО $\vec{a}' = \vec{a}$ и $\vec{v}' = \vec{v} - \vec{u}$, то есть уравнение движения принимает вид



$$m\vec{a}' = q\cdot\vec{E} + q[\vec{u}\times\vec{B}] + q[\vec{v}'\times\vec{B}] = q[\vec{v}'\times\vec{B}],$$

то есть совпадает с уравнение движения иона только в магнитном поле, равном прежнему! Значит, ион в этой СО летит с прежней угловой скоростью $\omega = \dfrac{qB}{m}$ по новой окружности, а экран «гонится» за ним со скоростью u. Введем обозначение $Z \equiv \dfrac{u}{v_0}$ (учитывая, что время движения иона изменилось заметно, мы далее *предполагаем*, что $Z > 1$; отметим, что наши формулы будут справедливы и при $Z \le 1$). Тогда стартовая скорость иона $v_0' = u - v_0 = (Z-1)v_0$, и радиус новой окружности $R = \dfrac{mv_0'}{qB} = (Z-1)\dfrac{v_0}{\omega}$. Поэтому новая формула для L – это

$L = ut - R\cdot\sin(\omega t) = Z\cdot v_0 t - (Z-1)\dfrac{v_0}{\omega}\sin(\omega t)$ (см. рисунок, красные линии). Приравнивая оба выражения для L («старое» и «новое»), получаем уравнение

$$Z\cdot v_0 t - (Z-1)\frac{v_0}{\omega}\sin(\omega t) = \frac{v_0}{\omega}\sin(\omega t_0) \Rightarrow Z = \frac{\sin(\omega t_0) - \sin(\omega t)}{\omega t - \sin(\omega t)}.$$

Подставляя числовые значения с учетом $\omega = \dfrac{qB}{m} \approx 0{,}5236\cdot 10^6$ с$^{-1}$, находим $Z \approx 15{,}51$ (как видно, $Z > 1$ и наше предположение оправдалось; можно обратить внимание, что с высокой точностью $\omega t_0 \approx \dfrac{\pi}{3}$ и $\omega t \approx \dfrac{\pi}{6}$, что упрощает расчеты). Следовательно, $E = u\cdot B = Z\cdot v_0 B \approx 4498$ В/м.

Ответ: $E = \dfrac{\sin(\omega t_0) - \sin(\omega t)}{\omega t - \sin(\omega t)} v_0 B \approx 4498$ В/м. «Зачетный» диапазон (4500 ± 50) В/м.

Критерии проверки:

Правильно записана формула, связывающая расстояние до экрана с временем движения до включения электрического поля	**2**
Используется переход в «дрейфующую» СО	**2**
Указано, что в «дрейфующей» СО частица снова совершает ларморовское вращение	**3**
Правильно записана формула, связывающая расстояние до экрана с временем движения после включения электрического поля	**2**
Записано правильное уравнение, содержащее только *E* в качестве неизвестной	**2**
Получен правильный аналитический ответ (для *E* или другой однозначно связанной с ним величины – например, *Z*)	**2**
Получен численный ответ в диапазоне (4500 ± 50) В/м	**2**
ВСЕГО	**15**

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «Робофест» по ФИЗИКЕ, ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП 2023 года
БИЛЕТ № 01 (11 классы): ВОЗМОЖНЫЕ РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ, задание 4

Вопрос: Всегда ли изображением прямолинейного отрезка в тонкой собирающей линзе является прямолинейный отрезок? Ответ обосновать. Считать отрезок небольшим и расположенным вблизи главной оптической оси линзы.

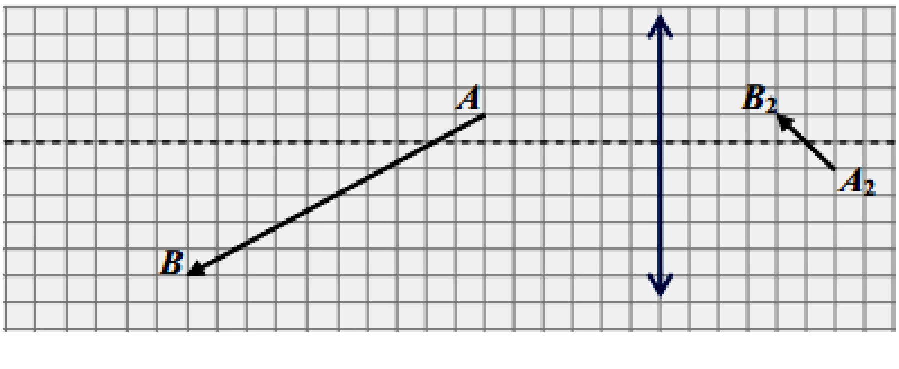
Ответ на вопрос: Для построения небольшого отрезка вблизи ГОО линзы можно использовать параксиальное приближение. Это означает, что мы можем при этом использовать правила построения хода лучей, разработанные для тонких линз, для любого луча, связывающего точки этого отрезка и их изображения. В частности, мы можем рассмотреть луч, идущий вдоль отрезка – он будет проходить через все его точки. Этот луч после преломления на плоскости тонкой линзы пройдет через все точки изображения отрезка, то есть они будут лежать на одной прямой. Изображение отрезка будет отрезком, если между ними не будет «разрывов». При всех положениях точечного источника, кроме его размещения в ближней фокальной плоскости линзы, увеличение является конечным, и у «очень близко» расположенных точек изображения тоже находится «очень близко». Значит, разрыв возможен, только если отрезок пересекает ближнюю фокальную плоскость линзы. И это действительно так: изображение точки из фокальной плоскости находится в бесконечности – перед линзой для мнимых изображений (точек, приблизившихся к фокальной плоскости, двигаясь от линзы) и за линзой для действительных изображений (точек, двигавшихся к линзе). Итак, ответ на поставленный вопрос: Всегда, если отрезок не пересекает ближнюю фокальную плоскость линзы. Если пересекает – его изображением является «разорванная» прямая, включающая «бесконечно удаленные точки» (параллельные пучки лучей).

Примечание: Возможно алгебраическое доказательство основного утверждения. Если ввести систему координат, у которой ось x направлена вдоль ГОО («по ходу» лучей от отрезка), а ось y – вдоль плоскости линзы, то можно найти уравнение для изображения прямой $y = kx + b$, созданного линзой. В самом деле, расстояние от точки отрезка до линзы в такой СК равно $-x$, а от линзы до изображения этой точки x'. Из формулы линзы следует, что $\frac{1}{-x} + \frac{1}{x'} = \frac{1}{F} \Rightarrow x = \frac{Fx'}{F - x'}$. Поскольку точка и изображение соединяются прямой, проходящее через оптический центр (начало координат), то $y' = \frac{x'}{x} y = \frac{F - x'}{F}\left(k\frac{Fx'}{F - x'} + b\right) = \left(k - \frac{b}{F}\right)x' + b$, то есть изображением прямой является прямая (мы даже получили связь коэффициентов наклона этих прямых). Остается только учесть условие неразрывности отрезка-изображения так же, как и в геометрическом варианте доказательства.

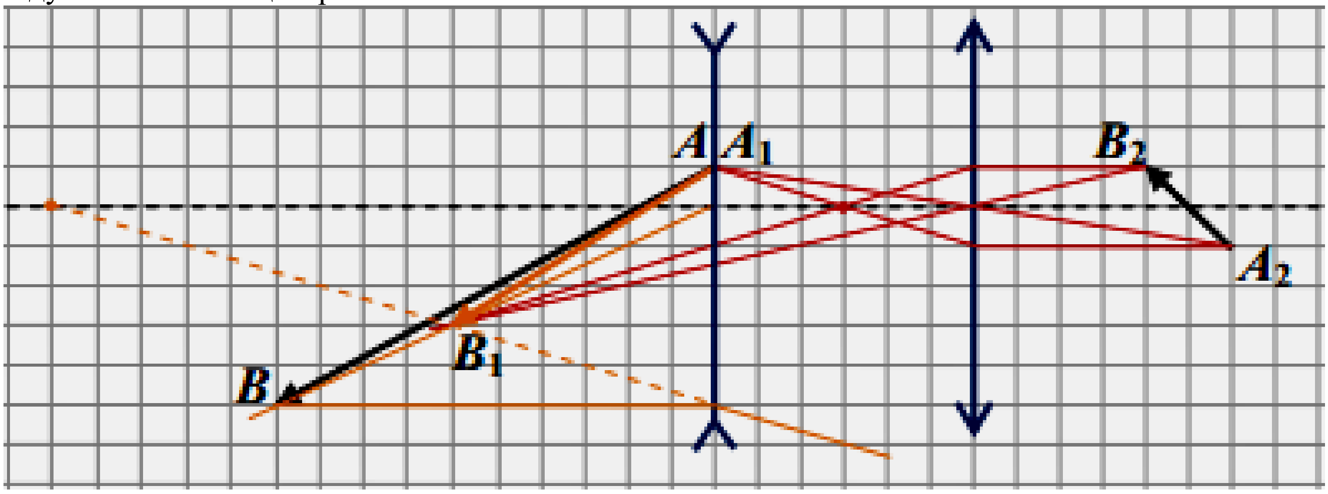
Критерии проверки:

Доказано (любым способом), что тонкая линза отображает прямую в прямую	**4**
Указано, что для ответа на вопрос необходимо проанализировать непрерывность отрезка-изображения	**3**
Указано, что отрезок-предмет не должен пересекать фокальную плоскость	**3**
ВСЕГО	**10**

Задача: На бумаге в клетку частично изображено оптическое построение. Действительное изображение A_2B_2 предмета AB создано оптической системой из двух тонких линз. Правая (по рисунку) линза системы – собирающая с оптической силой $D_2 = +\frac{20}{3}$ Дптр – показана на рисунке. Пунктирная линия – главная оптическая ось системы. Длина стороны клетки «по горизонтали» (вдоль ГОО) отвечает расстоянию $l = 5$ см, «по вертикали» – в 10 раз меньше. Найдите оптическую силу левой линзы и расстояние между оптическими центрами линз, лежащими в узлах клетчатой сетки.



Решение задачи: Мы знаем, что A_2B_2 – действительное изображение для правой линзы. Тогда, поскольку нам известна оптическая силы линзы, мы можем найти положения «предмета» A_1B_1 (то есть изображения AB в левой линзе системы). Достаточно провести лучи, приходящие в точки A_2 и B_2 через оптический центр левой линзы (они продолжаются за линзу без преломления) и параллельно ГОО (приходят к линзе из ее фокуса, отмеченного красной точкой). В результате мы обнаруживаем, что отрезок A_1B_1 расположен очень близко к AB, а A и A_1 вообще совпадают. Значит, плоскость левой линзы проходит через A вдоль «вертикальной» линии сетки. Дополнительно это можно проверить, проведя прямую BB_1 – она должна пересечь ГОО в оптическом центре левой линзы. Как видно, AB и A_1B_1 лежат по одну сторону от линзы (изображение мнимое) и изображение ближе к линзе (оно уменьшенное). Такие изображения может создавать только рассеивающая линза. Поэтому, проведя луч от точки B вдоль ГОО до плоскости линзы, строим его преломление в линзе, зная, что его продолжение должно проходить через B_1 (пунктир). Но это продолжение должно проходить и через фокус левой линзы. Таким образом, этот фокус находится на пересечении этой прямой и ГОО (оранжевая точка). Пересчитав клетки, находим, что модуль фокусного расстояния левой линзы $|F_1| = 75$ см и $D_1 = -\frac{4}{3}$ Дптр, а расстояние между оптическими центрами линз $L = 30$ см.



Отметим, что информация о расположении оптических центров линз в узлах клетчатой сетки повышает точность, так как позволяет «скорректировать» ошибки, появляющиеся из-за неаккуратности построений. Разность масштабов по направлениям сетки введена для того, чтобы соединить возможность аккуратного построения и выполнение требования параксиальности лучей, участвующих в создании изображений.

Ответ: См. построение, оптическая сила правой линзы $D_1 = -\frac{4}{3}$ Дптр, а расстояние между оптическими центрами линз $L = 30$ см.

Критерии проверки:

Правильно найдено положение A_1	**2**
Правильно найдено положение B_1	**2**
Указано (используется в решении), что A_1B_1 – мнимое изображение	**1**
Правильно найдено положение плоскости левой линзы	**3**
Правильно найдено положение фокуса левой линзы	**3**
Получен правильный численный ответ для D_1	**2**
Получен правильный численный ответ для L	**2**
ВСЕГО	**15**