ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «Робофест» по ФИЗИКЕ, ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП 2023 года, БИЛЕТ № 07 (7 и 8 классы): ВОЗМОЖНЫЕ РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ, Задание 1:

Вопрос: Модель автомобиля проезжает три круга по соревновательной трассе: первый круг – со скоростью 2,6 м/с, второй – со скоростью 3,9 м/с, и третий – со скоростью 5,2 м/с. Определите среднюю скорость модели за все время движения.

Ответ на вопрос: Пусть L – длина круга. Тогда полное время движения $t=\frac{L}{v_1}+\frac{L}{v_2}+\frac{L}{v_3}$. Значит, средняя скорость $v_{cp}=\frac{3L}{t}=\frac{3v_1v_2v_3}{v_1v_2+v_1v_3+v_2v_3}=3{,}6$ м/с.

Критерии проверки:

Используется обозначение для длины круга	**1**
Правильно записана формула для полного времени движения	**3**
Записана правильная формула для средней скорости	**3**
Получено правильное численное значение средней скорости	**3**
ВСЕГО	**10**

Задача: Соревновательная трасса для автомобилей состоит из трех участков, на одном из которых («начальном») он движется со скоростью υ = 80 км/ч, на втором («сложном» спецучастке) – с несколько меньшей скоростью, а на третьем («быстром») с наибольшей скоростью для данного заезда. Известно, что длина «быстрого» участка в два раза больше, чем одинаковые длины «начального» и «сложного» участков. Во время первого заезда средняя скорость автомобиля на трассе равнялась 95 км/ч. Во втором заезде средняя скорость автомобиля на «быстром» участке возросла в 1,25 раза, а на «сложном» – во столько же раз уменьшилась. Оказалось, что средняя скорость на всей трассе осталась той же. Чему равнялась средняя скорость автомобиля на «быстром» участке во втором заезде?

Решение задачи: Пусть L – длина «начального» участка трассы. Тогда $2L$ – длина «быстрого» участка, а у «сложного» длина тоже равна L. Пусть также u и V – скорости робота на «сложном» и «быстром» участках. Тогда время первого прохождения трассы $t_1=\frac{L}{v}+\frac{L}{u}+\frac{2L}{V}$, и поэтому заданная нам средняя скорость прохождения $v_{cp}=\frac{4L}{t_1}=\frac{4}{\frac{1}{v}+\frac{1}{u}+\frac{2}{V}}\Rightarrow\frac{4}{v_{cp}}-\frac{1}{v}=\frac{1}{u}+\frac{2}{V}$. При втором прохождении новые величины скоростей $u'=\frac{4}{5}u$ и $V'=\frac{5}{4}V$, и $t_2=\frac{L}{v}+\frac{5L}{4u}+\frac{8L}{5V}$. Средняя скорость осталась прежней, а значит и время осталось прежним: $t_2=t_1\Rightarrow\frac{L}{u}+\frac{2L}{V}=\frac{5L}{4u}+\frac{8L}{5V}\Rightarrow u=\frac{5}{8}V$. Подставляя это выражение в уравнение, полученное выше для средней скорости, получаем: $\frac{4}{v_{cp}}-\frac{1}{v}=\frac{8}{5V}+\frac{2}{V}=\frac{18}{5V}$. Выражаем из этого уравнения V : $V=\frac{18v_{cp}v}{5(4v-v_{cp})}\Rightarrow V'=\frac{5}{4}V=\frac{9v_{cp}v}{2(4v-v_{cp})}=152$ км/ч. Это и есть искомая скорость.

Ответ: $V'=\frac{9v_{cp}v}{2(4v-v_{cp})}=152$ км/ч.

Критерии проверки:

Записаны (используются в решении) правильные выражения для времен прохождения трассы через L и скорости	**2+2=4**
Записано правильное выражение для средней скорости при первом прохождении	**3**
Правильно записано условие неизменности средней скорости (времени прохождения)	**3**
Получено правильное уравнение, в которой единственной неизвестной является V' или V	**2**
Получен правильный аналитический ответ	**1**
Получен правильный численный ответ	**2**
ВСЕГО	**15**

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «Робофест» по ФИЗИКЕ, ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП 2023 года, БИЛЕТ № 07 (7 и 8 классы): ВОЗМОЖНЫЕ РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ, Задание 2:

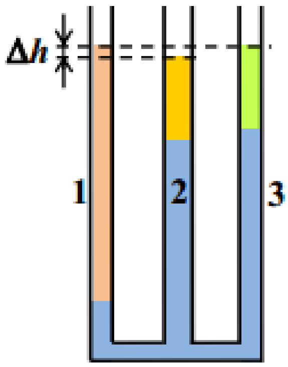
Вопрос: В тазу с водой плавал, не касаясь стенок таза, небольшой плот из полых герметично закрытых пластмассовых трубок. На нем лежал ледяной кубик. Как изменится уровень воды в тазу, когда лед полностью растает? Потери воды (на испарение с поверхности, протекание таза и т.д.) пренебрежимо малы. Ответ обосновать.

Ответ на вопрос: Не изменится, так как после таяния льда образуется объем воды, масса которого равна массе ледяного кубика. Точно также было и в то время, когда он лежал на поверхности плота – он вытеснял из-под поверхности объем воды, масса которого была равна массе кубика.

Критерии проверки:

Указано, что объем вытесненной воды до таяния соответствовал объему воды, масса которого равна массе ледяного кубика	**3**
Указано, что образовавшаяся при таянии вода по массе равна массе ледяного кубика	**3**
Дан правильный ответ	**4**
ВСЕГО	**10**

Задача: Три достаточно высоких вертикальных трубки соединены внизу горизонтальной трубкой. Площади сечения трубок 1 и 3 одинаковы, а трубки 2 – в два раза больше. Сначала в эту систему сообщающихся сосудов налили воду с плотностью 1 г/см^3, а затем в вертикальные трубки налили разные маслянистые (не смешивающиеся с водой) жидкости. Во всех трех трубках долитые жидкости расположились поверх воды: в трубке 1 – столбиком длиной $l_1 = 15$ см, в трубках 2 и 3 – столбиками одинаковых длин $l_2 = l_3 = 5$ см. При этом общий уровень жидкости в трубках 1 и 3 оказался одинаков, а в трубке 2 – на $\Delta h = 0{,}5$ см ниже. Известно, что плотность жидкости в трубке 1 равна $\rho_1 = 0{,}9$ г/см^3. Найдите плотности жидкостей, налитых в трубки 2 и 3. Можно ли, доливая жидкость в трубку 2 (ту же, что и до этого наливали в нее), выровнять уровень во всех трех трубках? Если можно, то найдите, на сколько для этого нужно увеличить длину столбика жидкости в трубке 2. Считайте, что трубки не переполняются, и границы раздела жидкостей всегда оказываются в вертикальных трубках.



Решение задачи: Обозначим высоты уровней жидкости в каждой из трубок $h_{1,2,3}$, а высоты вертикальных столбиков воды в них $x_{1,2,3}$. Так горизонтальная трубка по условию всегда заполнена водой, и масса воды в сосуде не изменяется, то суммарный объем воды в трех вертикальных трубках $V_0 = Sx_1 + 2Sx_2 + Sx_3$ постоянен (здесь S – сечение каждой из трубок 1 и 3). Таким образом, $x_3 = L - x_1 - 2x_2$ ($L \equiv V_0 / S$). Условия гидростатического равновесия позволяют найти связь высот столбиков воды:

$$\begin{cases} \rho x_1 + \rho_1 l_1 = \rho(L - x_1 - 2x_2) + \rho_3 l_3 \\ \rho x_2 + \rho_2 l_2 = \rho(L - x_1 - 2x_2) + \rho_3 l_3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 = L + \dfrac{\rho_3 l_3 - \rho_1 l_1}{\rho} \\ x_1 + 3x_2 = L + \dfrac{\rho_3 l_3 - \rho_2 l_2}{\rho} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{L}{4} + \dfrac{\rho_3 l_3 + 2\rho_2 l_2 - 3\rho_1 l_1}{4\rho} \\ x_2 = \dfrac{L}{4} + \dfrac{\rho_3 l_3 - 2\rho_2 l_2 + \rho_1 l_1}{4\rho} \end{cases}.$$

Нам известно, что общие уровни поверхности жидкостей в трубках 1 и 3 одинаковы. Поэтому:

$$h_1 = h_3 \Rightarrow l_1 + x_1 = l_3 + L - x_1 - 2x_2 \Rightarrow l_1\left(1 - \frac{\rho_1}{\rho}\right) = l_3\left(1 - \frac{\rho_3}{\rho}\right) \Rightarrow \rho_3 = \rho - \frac{l_1}{l_3}(\rho - \rho_1) = 0{,}7 \text{ г/см}^3.$$

Кроме того, мы знаем разность уровней жидкости в трубках 1 и 2:

$$\Delta h = h_1 - h_2 = l_1 + x_1 - l_2 - x_2 = l_1\left(1 - \frac{\rho_1}{\rho}\right) - l_2\left(1 - \frac{\rho_2}{\rho}\right) \Rightarrow \rho_2 = \rho\left(1 + \frac{\Delta h}{l_2}\right) - \frac{l_1}{l_2}(\rho - \rho_1) = 0{,}8 \text{ г/см}^3.$$

При доливании жидкости с плотностью ρ_2 в трубку 2 изменяется только l_2, и поэтому условие $h_1 = h_3$ не нарушается – уровни поверхности жидкости в трубках 1 и 3 изменяются «синхронно». Для того, чтобы добиться выравнивания всех уровней, нужно, чтобы

$$\Delta h' = 0 \Rightarrow l_1\left(1 - \frac{\rho_1}{\rho}\right) - l_2'\left(1 - \frac{\rho_2}{\rho}\right) = 0 \Rightarrow l_2' = \frac{\rho - \rho_1}{\rho - \rho_2} l_1 = 7{,}5 \text{ см}.$$

Значит, длину столбика жидкости в трубке 2 нужно увеличить на $\Delta l_2 = l_2' - l_2 = \dfrac{\rho - \rho_1}{\rho - \rho_2} l_1 - l_2 = 2{,}5\,\text{см}$.

Ответ: плотности жидкостей $\rho_3 = \rho - \dfrac{l_1}{l_3}(\rho - \rho_1) = 0{,}7\,\text{г/см}^3$ и $\rho_2 = \rho\left(1 + \dfrac{\Delta h}{l_2}\right) - \dfrac{l_1}{l_2}(\rho - \rho_1) = 0{,}8\,\text{г/см}^3$,

$\Delta l_2 = \dfrac{\rho - \rho_1}{\rho - \rho_2} l_1 - l_2 = 2{,}5\,\text{см}$.

Критерии проверки:

Указано (используются в решении), что суммарный объем воды в трех вертикальных трубках $V_0 = Sx_1 + 2Sx_2 + Sx_3$ постоянен	**2**
Записаны два правильных независимых уравнения гидростатического баланса	**2+2=4**
Правильно записано условие равенства уровней жидкостей в трубках 1 и 3	**2**
Правильно записано выражение для разности уровней жидкостей в трубках 1 и 2	**2**
Получен правильный численный ответ для ρ_3	**2**
Получен правильный численный ответ для ρ_2	**2**
Получен правильный численный ответ	**1**
ВСЕГО	**15**

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «Робофест» по ФИЗИКЕ, ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП 2023 года, БИЛЕТ № 07 (7 и 8 классы): ВОЗМОЖНЫЕ РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ, Задание 3:

Вопрос: В стенках цилиндрической ванны есть множество мелких отверстий. Через большую часть этих отверстий в ванну медленными струями подается 2 л горячей воды за каждую секунду. Через меньшую часть – 0,5 л холодной воды за каждую секунду. Сливное отверстие в центре дна ванны, площадь сечения которого 15 см^2, открыто. Некий ученик 8 класса, увидев, что уровень воды в ванной уменьшается, стал бросать в воду лопаткой слегка влажный снег – смесь ледяных кристаллов и воды, находящихся равновесии, причем на жидкую воду приходился всего 1% от общей массы снега. Школьник старался бросать снег равномерно, и когда он стал в среднем за секунду добавлять в ванну 50 г снега, то уровень воды в ванной перестал изменяться. С какой скоростью вытекает вода через сливное отверстие? Весь снег тает раньше, чем приблизится к отверстию, плотность воды 1 г/см^3.

Ответ на вопрос: Масса снега заметно меньше массы подаваемой воды, и по условию он тает (из сливного отверстия вытекает вода). За секунду за счет таяния снега образуется $\Delta V_3 = \dfrac{\Delta m}{\rho} = 0{,}05$ л воды. При неизменном уровне через сливное отверстие вода должна выходить с расходом $q = \dfrac{\Delta V_1 + \Delta V_2 + \Delta V_3}{\Delta t} = 2{,}55$ л/с. С другой стороны, расход связан с площадью сечения отверстия S и скоростью вытекания v: $\Delta V = S \cdot v \cdot \Delta t \Rightarrow q = vS$. Следовательно, $v = \dfrac{q}{S} = 1{,}7$ м/с.

Критерии проверки:

Правильно определен объем воды, образующейся при таянии снега	**2**
Правильно определен общий объем вытекающей в единицу времени воды	**2**
Правильно записано соотношение, эквивалентное $q = v\,S$	**3**
Дан правильный численный ответ для скорости	**3**
ВСЕГО	**10**

Задача: Горячая вода, подаваемая в ванну из вопроса, имеет температуру 50°С. Холодная вода – температуру 12°С. Удельная теплоемкость воды равна 4200 Дж/(кг·°С), удельная теплота плавления кристаллов льда, входящих в состав снега, равна 339,4 кДж/кг. Предскажите результат измерения температуры воды в ванне при неизменном уровне воды в ней, считая, что измерение производится в области вблизи сливного отверстия, где потоки хорошо перемешаны, так что температура соответствует равновесному значению, и влияние теплообмена с окружающей средой мало.

Решение задачи: Из условия ясно, что температура мокрого снега равна t_0 =0°С. Горячая вода остывает, нагревая холодную воду, растапливая ледяные кристаллы и нагревая воду, получающуюся из мокрого снега. Определим равновесную температуру из уравнения теплового баланса:

$$c\rho \cdot q_1(t_1 - t) = c\rho \cdot q_2(t - t_2) + \rho \cdot q_3[0{,}99 \cdot \lambda + c(t - t_0)] \Rightarrow t = \frac{q_1 t_1 + q_2 t_2 + q_3(t_0 - 0{,}99\lambda / c)}{q_1 + q_2 + q_3} \approx 40°\text{C}.$$

Здесь использованы обозначения: c – удельная теплоемкость воды, λ – удельная теплота плавления льда, ρ – плотность воды, и учтено, что по условию масса ледяных кристаллов составляет 99% от массы «слегка влажного» снега.

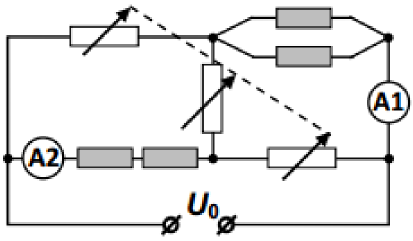
Ответ: $v = \dfrac{q_1 + q_2 + q_3}{S} = 1{,}7$ м/с, $t = \dfrac{q_1 t_1 + q_2 t_2 + q_3(t_0 - 0{,}99\lambda / c)}{q_1 + q_2 + q_3} \approx 40°\text{C}$.

Критерии проверки:

Указано (используются в решении), что температура влажного снега равна 0°С	**2**
В уравнении теплового баланса правильно записаны слагаемые, содержащие теплоемкость воды (для нагревания и остывания масс воды)	**2+2+2=6**
В уравнении теплового баланса правильно записано слагаемое, описывающее количество теплоты, потраченное на плавление льда	**3***
Получен правильный аналитический ответ	**2**
Получен правильный численный ответ	**2**
ВСЕГО	**15**

*При потере коэффициента 0,99 – минус 1 балл.

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «Робофест» по ФИЗИКЕ, ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП 2023 года, БИЛЕТ № 07 (7 и 8 классы): ВОЗМОЖНЫЕ РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ, Задание 4:



Вопрос: Пусть в схеме из задачи сопротивления всех нагревательных элементов одинаково и равно 25 Ом. Сопротивление всех реостатов всегда одинаково. Чему оно должно быть равно, чтобы сила тока в среднем реостате равнялась нулю?

Ответ на вопрос: Обозначим сопротивление каждого из нагревательных элементов R. При нулевой силе тока в среднем реостате сила тока в «верхнем» реостате I_1 равна силе тока через пару параллельно соединенных нагревательных элементов, а сила тока в «нижнем» реостате I_2 равна силе тока через пару последовательно соединенных нагревательных элементов. Кроме того, тогда напряжение на среднем реостате равно нулю, и напряжение на «верхнем» реостате U_1 равно напряжению на паре последовательно соединенных нагревательных элементов, а напряжение на «нижнем» реостате U_2 – напряжению на паре параллельно соединенных элементов. Значит, сопротивление реостатов $\tilde{R}$ удовлетворяют соотношению «баланса моста»: $\tilde{R}^2 = \frac{U_1}{I_1}\frac{U_2}{I_2} = \frac{U_1}{I_2}\frac{U_2}{I_1} = 2R \cdot \frac{R}{2} = R^2$.

Значит, для отсутствия тока в среднем реостате нужно, чтобы сопротивления крайних реостатов равнялись сопротивлению одного нагревательного элемента, то есть 25 Ом.

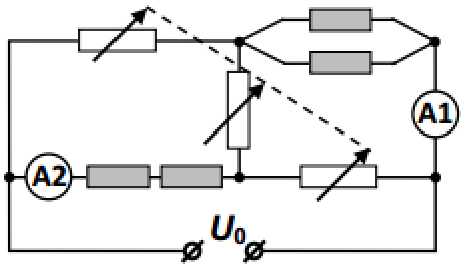
Примечание: Можно использовать условие баланса моста без доказательства.

Критерии проверки:

Используется правильная связь величин сил токов в участках на одном «берегу» моста	**1+1=2**
Используется правильная связь величин напряжений по разные стороны от моста	**1+1=2**
Записано условие баланса моста*	**3**
Получен правильный ответ	**3**
ВСЕГО	**10**

*если условие баланса моста используется как известный результат, за него начисляются все 7 баллов полностью

Задача: В схеме, показанной на рисунке, использованы четыре одинаковых нагревателя (сопротивление которых нам неизвестно и отличается от значения, приведенного в вопросе) и три реостата,



сопротивления которых всегда одинаковы. Вначале рычажок реостата поставили в положение, при котором сопротивление каждого из реостатов было равно $\tilde{R} = 12$ Ом, и при этом величина силы тока, измеряемой амперметром A1, была равна $I_1 = 3{,}0$ А, а измеряемая амперметром A2 – $I_2 = 1{,}2$ А. Затем рычажок повернули, и сопротивление каждого из реостатов стало равно $\tilde{R}' = 24$ Ом. При этом показания A1 изменились – новая величина силы тока стала равна $I_1' = 3{,}6$ А. Найдите I_2'. Внутренним сопротивлением амперметров можно пренебречь.

Решение задачи: Обозначим R – сопротивление каждого из нагревателей, и $x \equiv \frac{\tilde{R}}{R}$. Тогда, вычисляя сумму напряжений по «верхнему берегу» нашего моста, получаем: $I_3 xR + I_1 \frac{R}{2} = U_0$ (I_1 – сила тока через пару параллельно соединенных нагревателей, I_3 – сила тока через «верхний» реостат). Аналогично для «нижнего берега» запишем (I_2 – сила тока через пару последовательно соединенных нагревателей, I_4 – сила тока через «нижний» реостат): $I_2 2R + I_4 xR = U_0$. Из этих соотношений находим связь сил токов: $\frac{2}{x}I_2 - \frac{1}{2x}I_1 = I_3 - I_4$. Еще одну связь получаем из условия непрерывности общего тока $I_1 + I_4 = I_2 + I_3 \Rightarrow I_1 - I_2 = I_3 - I_4$. Комбинируя эти уравнения, обнаруживаем, что отношение сил токов через пары нагревателей зависит только от отношения сопротивления крайних реостатов и нагревателей: $\frac{I_2}{I_1} = \frac{2x+1}{2(x+2)}$. Для первого положения рычажка получаем: $\frac{2x+1}{2(x+2)} = \frac{I_2}{I_1} = 0{,}4$. Из этого уравнения находим $x = 0{,}5$. После изменения положения рычажка сопротивление реостатов возросло вдвое, и поэтому $x' = 2x = 1$. Следовательно, $\frac{I_2'}{I_1'} = \frac{2x'+1}{2(x'+2)} = 0{,}5$. В результате находим, что $I_2' = 0{,}5 \cdot I_1' = 1{,}8$ А.

Ответ: $I_2' = 0{,}5 \cdot I_1' = 1{,}8$ А.

Критерии проверки:

Правильно записано уравнение баланса напряжений для двух «берегов» моста	**4**
Правильно записано уравнение непрерывности тока	**4**
Получено правильная связь сил токов, текущих через нагреватели	**5**
Получен правильный численный ответ	**2**
ВСЕГО	**15**