РОБОТОТЕХНИКА

Инженерно-технические кадры инновационной России

Московский Государственный Университет им. М. В. Ломоносова

Фонд поддержки социальных инноваций «Вольное Дело»

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
для участников олимпиады школьников «Робофест-2021» по физике

Москва, 2020

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «РОБОФЕСТ» ПО ФИЗИКЕ – ПУТЬ К ЛУЧШЕМУ ОБРАЗОВАНИЮ В ОБЛАСТИ ФИЗИКИ, МАТЕМАТИКИ, ТЕХНИКИ.

ВВЕДЕНИЕ: ПОЧЕМУ ИМЕННО ФИЗИКА?

Робототехника сейчас развивается все быстрее и быстрее, проникая во все сферы человеческой жизни. Промышленность и медицина, авиация и космонавтика, транспорт и добыча ископаемых, наука и повседневная жизнь – ничто не остается в стороне от этого процесса. Но и сама робототехника впитывает в себя достижения разных областей, и роботы становятся более сложными. Поэтому, чтобы работать в этой области на высоком уровне, нужны не только практические навыки, позволяющие работать с теми технологиями, которые уже есть. Чтобы участвовать в создании новых технологий, нужны знания. Какие именно знания? Человек общается с роботом на языке программ и алгоритмов, поэтому необходимо знать программирование. Построение алгоритмов подчиняется жесткой математической логике, а прогнозирование результатов своих действий робот может осуществить только на базе анализа математической модели процесса, в котором он участвует. Поэтому необходимы знания математики. И тем не менее большинство специалистов в убеждены: в первую очередь для того, чтобы стать высококлассным профессионалом в области робототехники, необходимо серьезное знание физики.

Почему именно физику мы выделяем особо? Это во многом связано с ее особой ролью в системе естественных наук. Каждая из наук изучает определенный круг явлений природы, и только физика ставит своей задачей изучение всей природы. Именно физика исследует природу целиком, во всем ее многообразии. Законы поведения элементарных частиц, из которых состоит материя и законы развития Вселенной, невероятные по масштабам космические катастрофы, в которых погибают звезды, и перемещения атомов между молекулами в химической реакции, распространение электрохимических импульсов по нервным волокнам в организме человека и электрический ток в электротехнических цепях, перемещение устройств размером меньше одного микрона (то есть меньше одной миллионной доли метра) и полеты космических зондов к другим планетам – это лишь несколько примеров процессов, изучаемых физикой с единых позиций. Более того, методы физики широко используются не только для описания природных процессов. На физическом факультете МГУ есть группы исследователей, которые изучают методы управления или моделирование процессов в реальной экономике. Таким образом, физика вырабатывает универсальную методологию изучения самых разных процессов и явлений, и поэтому использование ее опыта и методов позволяет любое исследование в любой области провести на самом высоком уровне.

Кроме того, именно физика чаще всего формирует новые возможности для новых технологий. Например, в первой половине XX века физика добилась большого прогресса в изучении микрочастиц материи – атомов, ядер и электронов. Физики открыли, что в микромире не действуют привычные нам законы «большого» мира. Более того – не действуют даже казавшиеся до того незыблемыми принципы связи причин и следствий, и поэтому мы не можем предсказать «судьбу» отдельного электрона. Электроны могут находиться в «неопределенном» месте, умеют «исчезать» в одном месте и «появляться» в другом, умеют вести себя подобно волнам и в то же время иногда оказываются похоже на практически точечные объекты. Но физика не ограничилась тем, что детально изучила эти «странности». Именно понимание поведения электронов в веществе стало основой для появления новой технологии – возникла твердотельная электроника, без которой не было бы ни современных компьютеров, ни других многочисленных электронных устройств, прочно вошедших в нашу жизнь. Ясно, что и робототехника в ее нынешнем виде тоже была бы попросту невозможна. И сейчас дальнейшее развитие физики микромира и связанных с ней технологий (микротехнологий, нанотехнологий) лежит в основе прогресса электроники. Приведем лишь несколько примеров.

Необычные квантовые свойства микрочастиц материи наиболее ярко проявляются при очень низких температурах (близких к температуре, которую физики называют «абсолютным нулем» $T_0 \approx -273°C$). Поэтому именно при таких температурах были впервые замечены квантовые свойства некоторых веществ – *сверхпроводимость* и *сверхтекучесть*. Первое – это полное исчезновение электрического сопротивления проводника. Само по себе это сулит много интересных технологических новинок, некоторые из которых уже используются. Например, сверхпроводящие линии передачи электроэнергии, в которых нет тепловых потерь. И мощные компактные электродвигатели со сверхпроводящими обмотками, и сверхпроводящие катушки – накопители энергии, и сверхпроводящие магнитные подвесы (сверхпроводники «выталкивают» из себя магнитное поле, и за счет этого умеют «зависать» над полюсами магнитов), и многое другое. Все это может быть использовано и в робототехнике. Особенно если учесть, что физикам удается создавать сверхпроводники, работающие при все более высоких температурах. Каждый шаг «вверх» по температуре сверхпроводимости все более расширяет возможности ее технологического применения. Но есть и еще одно возможное применение. Состояние носителей заряда в сверхпроводниках могут быть использованы для практической реализации *кубитов* (квантовых битов) – технологических элементов квантовых компьютеров. Кубит, являясь «ячейкой» хранения информации, имеет размеры, характерные для микромира, и при этом имеет значительную большую информационную емкость, чем традиционные ячейки памяти. К тому же законы взаимодействия и взаимосвязей кубитов сильно отличаются от «классических» , и это создает возможность для невероятного увеличения быстродействия квантовых компьютеров по сравнению с существующими сейчас. Конечно, существующие квантовые компьютеры еще не очень производительны, и требуют создания для себя специальных условий (например, погружения в жидкий гелий для поддержания очень низкой температуры), но прогресс науки в этой области значителен, и можно ожидать появления новых возможностей для робототехники, связанных с развитием квантовых технологий, уже в недалеком будущем. Ясно, что работа по реализации подобных проектов потребует от участников понимания принципов физики микромира, которая является одним из самых сложных разделов современной физики. Второе явление – сверхтекучесть – означает полное исчезновение вязкого трения в жидкости. Это дает возможность, например, создавать для механизмов узлы без трения (которые к тому же не будут «греться»).

Важным элементом робототехнических систем являются устройства передачи и обработки информации. И здесь физика сильно влияет на появление новых технологий. XXI век многие специалисты называют «веком света» - настолько часто сейчас возникают примеры эффективного использования *оптических технологий*. Оптические каналы позволяют передавать информацию значительно быстрее, значительно надежнее и с меньшим количеством ошибок. Состояния *фотонов* (квантов света) также могут быть использованы для реализации кубитов. Квантовые технологии уже сегодня используются для создания каналов передачи информации, абсолютно защищенных от внешнего копирования. Более того, оптические устройства научились использовать и для механического управления. В качестве примера можно привести оптический (лазерный) пинцет, позволяющий манипулировать микроскопическими объектами с помощью лазерного луча. С его помощью удается перемещать отдельные части живой клетки, сортировать клетки или микрочастицы в технологических структурах.

Именно на базе физики и новых физических принципов сейчас бурно развивается *микромехатроника* – наука о внешнем управлении (в том числе и компьютерном управлении) механическими устройствами микронных размеров. Иногда здесь задача ставиться шире – тогда речь идет о компьютерном управлении самыми разнообразными физическими процессами. Ясно, что для решении этой задач необходим очень хороший уровень понимания закономерностей протекания этих процессов. Насколько реально создание «микророботов» - роботов с размерами в миллионные доли метра, которые будут выполнять различные задания в медицине, научных исследованиях или в технологических процессах? Для ближайшего будущего это уже не кажется неосуществимой задачей.

Та же медицина сама по себе уже сейчас является полем интенсивного внедрения роботов и новых физических технологий. Медицинская физика является одним из самых быстроразвивающихся направлений современной физики. Медицинские роботы, использующие лазерные и акустические инструменты, уже появляются в клиниках. Ясно, что поле их применения и их возможности будут непрерывно расширяться, и что прогресс в этой области невозможен без физики.

Проникновение в микромир открыло физикам и путь к изучению и использованию объектов нанометровых размеров (нанометр – это одна миллиардная доля метра). Так появились *нанотехнологии*. Как оказалось, они могут найти свое применение во всех областях деятельности человека – от новых покрытий для тканей или для элементов машин до создания новых электронных устройств и воздействия на биологические системы.

И все это – далеко не полный перечень примеров проникновения физики в инженерию и современные технологии! Но есть еще один важный момент, о котором нельзя не упомянуть. Сегодня мир вокруг нас меняется очень быстро. Технологии меняют нашу жизнь – иногда быстрее, чем мы успеваем к этом подготовиться, они становятся сложнее и мощнее. Ключевая роль в этом прогрессе принадлежит физике. Поэтому без физических знаний человек не может стать активным участником прогресса. Но сейчас можно увидеть, как сокращается процент людей, понимающих, что на самом деле происходит в том или ином технологическом процессе или даже в тех процессах, которые мы используем в быту. Это неправильно. Это приносит в наш мир нестабильность. В обществе без знаний самые замечательные технологии могут стать опасными. Поэтому хороший уровень знания физики важен не только для специалиста – ученого или инженера. Он важен для всякого современного человека. Он важен для будущего.

Конечно, физические задачи, возникающие перед участниками робототехнических соревнований, еще пока далеки от задач современной физики. Но все начинается с первых шагов. Важно уже сейчас учиться видеть за каждым действием робота его физическое содержание. Видеть, как связаны законы физики и реальные процессы в живой природе, технике, во всем окружающем нас мире. Такой взгляд на мир – самый продуктивный. И к тому же само решение конструкторских задач перейдет на боле высокий уровень, если будет базироваться на хорошем знании законов природы. Итак, именно физика.

ФЕСТИВАЛЬ И ОЛИМПИАДА

Девиз Фестиваля «РобоФест» - «Здесь собирают будущее». Безусловно, он отвечает содержанию – без робототехники невозможно представить себе и ближайшее, и отдаленное будущее человечества, а участники Фестиваля приобретают на нем навыки и умения, которые им пригодятся в их собственном будущем. Но с появлением олимпиады «Робофест» этот девиз приобрел еще один смысл. С помощью олимпиады участники Фестиваля могут открыть себе дорогу в лучшие ВУЗы России, создав свою собственную образовательную траекторию, ведущую к будущему превращению высококлассного специалиста. Как же реализовать эту возможность? Давайте разберемся.

Олимпиада школьников «Робофест» по физике является составной частью Фестиваля, и при этом она – самостоятельное соревнование с официальным статусом: уже второй год она входит в Перечень олимпиад школьников в Российской Федерации, и практически все ВУЗы России, специализирующиеся в области физики и техники, предоставляют ее победителям и призерам льготы при поступлении. Например, физический факультет МГУ имени М.В.Ломоносова зачисляет победителей олимпиады «Робофест» без вступительных испытаний (это означает, что победителю олимпиады достаточно подать документы в приемную комиссию, сдать в личное дело оригинал аттестата и подписать согласие на зачисление). Призеры олимпиады освобождаются от участия в самом сложном из наших экзаменов – в летнем дополнительном вступительном испытании (письменном экзамене по физике), и им сразу проставляют высшую оценку 100 баллов. Но необходимо знать, что для того, чтобы воспользоваться этими льготами, необходимо еще пройти «фильтр Единого Государственного Экзамена», то есть сдать ЕГЭ по физике на оценку не ниже 75 баллов.

Отметим, что для участия в Фестивале «Робофест» не обязательно участвовать в олимпиаде «Робофест», но для участия в олимпиаде **обязательно** участвовать в Фестивале. Это обусловлено правилами проведения олимпиад школьников и структурой олимпиады. Все олимпиады из Перечня обязаны проводить отборочные этапы, и допустить до участия в финальном этапе можно только победителей и призеров отборочного этапа текущего года, а также победителей и призеров финального этапа предыдущего года (если они еще учатся в школе). Отборочный этап олимпиады проводится на региональных отборочных площадках Фестиваля. Здесь есть два обстоятельства, на которые имеет смысл особо обратить внимание. Первое состоит в том, что только участники, успешно прошедшие региональные отборы, могут участвовать в финальном этапе. Фестиваль – это командное соревнование, и в случае, если кто-то из членов команды не может приехать на общероссийский Фестиваль, то в команде его может заменить другой участник. Но олимпиада – это личное соревнование, и новый член команды, участвуя в Фестивале, тем не менее не имеет права участвовать в финальном этапе олимпиады, так как он не является призером либо победителем отборочного этапа. Второе важное обстоятельство состоит в том, что участники, являющиеся победителями или призерами финала олимпиады прошлого года, в этом году имеют право на участие в финальном этапе независимо от результатов отборочного этапа этого года. Это, естественно, означает, что они должны быть приглашены и на общероссийскую площадку Фестиваля.

Каким образом испытания олимпиады встроены в жизнь Фестиваля? Все начинается именно на региональных отборах. Участникам региональных робототехнических соревнований предлагаются задания отборочного этапа олимпиады. Все они направлены на то, чтобы обратить внимание школьников на физическую составляющую тех заданий, которые их роботы выполняют в ходе соревнований, проверить знания участников, их физическую интуицию и способность воспринимать новое. Важно понимать, что задания по физике – не просто дополнение к робототехническим заданиям. Это и вызов для участников, и крайне необходимый ориентир для их дальнейшего развития. Совершенно не случайно, что именно олимпиада по физике наиболее органично встраивается в соревнования Фестиваля: как говорилось выше, без серьезных физических знаний невозможно стать высококлассным специалистом по робототехнике.

Связь физики и робототехнических заданий реализуется по-своему на каждом из этапов олимпиады. Более того – все этапы являются для участников не только соревнованием, но и обучением.

Например, во многих заданиях отборочного этапа ярко проявляется стремление методической комиссии олимпиады (то есть сотрудников физического факультета МГУ, составлявших эти задания) проверить способность участников работать с новой информацией и учиться непосредственно в ходе соревнований. Приведем пример: разберем одно из заданий отборочного этапа олимпиады «Робофест» по физике.

ОТБОРОЧНЫЙ ЭТАП 2016/2017 уч.года, ЗАДАНИЕ 4:

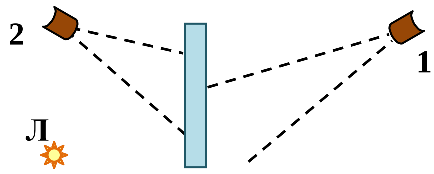
Робота можно снабдить датчиком, который может различать цвета. На самом деле световое излучение – это разновидность *электромагнитных волн*, причем разные цвета отличаются друг от друга *длиной волны* (это расстояние между двумя «гребнями» волны). В таблице приведена связь между длиной волны в нанометрах (1 нм = 10^{-9}м) и видимым цветом:

красный	оранжевый	желтый	зеленый	голубой	синий	фиолетовый
625–740 нм	590-625 нм	565-590 нм	500-565 нм	485-500 нм	440-485 нм	380-440

«Белый цвет» - это примерно равномерная смесь всех этих цветов. Например, радуга – оптическое явление, в котором солнечный цвет, преломляясь в каплях воды и отражаясь от них, разделяется на составляющие его цвета.

4.1. Если разделить поверхность диска радиусами на семь одинаковых секторов и раскрасить каждый сектор в один из цветов радуги, а затем привести диск в очень быстрое вращение (настолько, чтобы глаз совершенно не различал отдельных секторов), то что должен увидеть наблюдатель, смотрящий на диск «сверху» (при этом диск освещается тоже сверху)?

4.2. Допустим, что мы изготовили пластину из специального сорта стекла, обладающего следующими характеристиками: электромагнитное излучение с длинами волн от 300 до 420 нм это стекло почти полностью отражает, с длинами волн от 420 до 620 нм – почти полностью поглощает (поглощенная энергия идет на нагрев стекла, а потом уходит в окружающую среду в виде невидимого теплового излучения), с длинами волн от 620 до 800 нм – почти полностью пропускает. По одну сторону от такой пластины размещена лампа Л (см. рисунок), светящая почти «белым» светом, а по другую – робот 1 с датчиком цвета (регистрирует всегда один из 7 цветов радуги – по тому, в каком из диапазонов длин волн поступает большая энергия). Пунктиром показаны границы области, в которой датчик «видит» объекты. Каким – по показаниям датчика – окажется цвет пластины?



4.3. Каким будет цвет пластины по показаниям датчика, установленного на роботе 2?

4.4. Тепловое излучение также называют «*инфракрасным*» – это тоже разновидность электромагнитных волн, но с длинами волн от 740 нм до 2000 мкм (1 мкм = 10^{-6}м). Длина волны наиболее мощного излучения тела, нагретого до температуры T*, определяется из *закона смещения Вина*: $\lambda_{\max} \approx \frac{2898\,\text{мкм}\cdot\text{К}}{T}$. Датчик цвета, естественно, не может определить цвет инфракрасного излучения, но в современной оптике используются преобразователи излучения, удваивающие частоту излучения (частота – величина, обратная периоду колебаний электромагнитного поля в волне; отметим, что длина волны в точности соответствует расстоянию, которое свет проходит за один период). Допустим, что на входе датчика цвета поставлено **два** таких преобразователя, и датчик определяет цвет двух нагретых тел как желтый и голубой. Чему примерно равны температуры этих тел?

*Здесь используется абсолютная температура T, измеряемая по шкале Кельвина. В этой шкале за начало отсчета принят «абсолютный ноль» - температура, при которой прекращается тепловое движение молекул. Градус этой шкалы (1 К, то есть 1 Кельвин) в точности равен градусу шкалы Цельсия. Абсолютная температура T связана с температурой по шкале Цельсия t соотношением $T \approx (273 + t°C)$ К.

Ответы и пояснения к этому заданию:

4.1. **Он должен увидеть поверхность диска почти белой.** При вращении диска от каждой точки за время реакции глаза приходят с примерно равной интенсивности излучения всех длин волн видимого света (всех цветов радуги), что соответствует белому цвету.

4.2. **Красным.** До датчика робота 1 доходит только свет лампы, прошедший через пластину, то есть с длинами волн от 620 до 800 нм, что в основном соответствует диапазону красного цвета (с небольшой примесью оранжевого).

4.3. **Фиолетовым.** До датчика робота 2 доходит только свет лампы, отраженный от пластины, то есть с длинами волн от 300 до 420 нм, то есть из видимого света – только излучение фиолетового цвета.

4.4. **Примерно 1250 К (980°С) и 1470 К (1200°С).** Так как использованы два преобразователя, то частота увеличивается в 4 раза, а период колебаний уменьшается в 4 раза. Следовательно, длина волны уменьшается в 4 раза. Значит, предмет, который датчик цвета «видит» желтым (он принимает излучение в основном с длиной волны, примерно соответствующей центру «желтого» диапазона, то есть 577,5 нм), испускал тепловое излучение с $\lambda_{\max} \approx 2310$ нм. Его температура $T_1 \approx \frac{2898\,\text{мкм}\cdot\text{К}}{2310\,\text{нм}} \approx 1255\,\text{К}$. Аналогично для второго предмета, который датчик цвета «видит» голубым: $\lambda_{\max} \approx 4\cdot 492{,}5\,\text{нм} = 1970$ нм, и $T_2 \approx \frac{2898\,\text{мкм}\cdot\text{К}}{1970\,\text{нм}} \approx 1471\,\text{К}$. На самом деле разброс возможных значений длин волн в указанных диапазонах порядка $\frac{12{,}5}{577{,}5} \approx 0{,}02$ и $\frac{7{,}5}{492{,}5} \approx 0{,}02$, то есть около 2%. Значит, и температуры определены примерно с такой же точностью, то есть «плюс-минус» 25 К, поэтому разумное округление ответа – с точностью до десятков Кельвин.

Принципиальная позиция физического факультета состоит в том, что каждая из наших олимпиад – не просто соревнование школьников, но и образовательное мероприятие. Важная часть этой образовательной составляющей – это связь заданий отборочного этапа с будущими заданиями финального этапа. Действительно, задания отборочного этапа уже приучают участников к определенному стилю задач и необходимому для олимпиады из Перечня уровню требований. Ведь именно задания такого уровня ожидают участников на финальном этапе. Конечно, участники из многих команд, вкладывающие немало сил и времени в создание роботов для соревнований, не всегда успевают еще и натренироваться в достаточной степени в решении олимпиадных задач. Тем не менее нужно понимать, что без серьезной подготовки по физике, математике, программированию, нельзя успешно работать в области современной робототехники. И поэтому наша олимпиада стремится вывести участников на хороший уровень знаний по физике. Она становится частью процесса обучения, которая осуществляется не обычными, то есть «нешкольными» методами. Поэтому участникам не следует настраиваться на неудачу только из-за того, что их недостаточно подготовили к решению подобных задач в школе. Нужно настраиваться на серьезную **учебу**. Как мы видели, уже на отборочном этапе участникам сообщают много новой информации, и сразу же дают «закрепляющие упражнения» на ее использование. Но учеба на этом не заканчивается, так как **между** отборочным и финальным этапами для участников олимпиады организуют бесплатные курсы дополнительной подготовки в системе дистанционного образования МГУ имени М. В. Ломоносова «Университет без границ» при поддержке программы «Робототехника: инженерно-технические кадры инновационной России». На этих курсах участники получают возможность улучшить свои знания по физике, привыкнуть к уровню требований МГУ, и таким образом улучшить свои будущие результаты на финальном этапе. Очень важно постараться получить в ходе подготовки к финальному этапу как можно больше знаний и навыков, и именно курсы МГУ – наилучший способ сделать это. Курсы завершаются выполнением тренировочного задания, ориентированного на использование и закрепление полученных знаний и навыков, причем в первую очередь – тех, которые понадобятся при выполнении финального задания. Опыт уже проведенных олимпиад показывает, что наиболее успешно на финальном этапе выступили именно те участники, которые проявили наибольшую активность во время подготовки. В этом сезоне организаторы олимпиады совместно с программой «Робототехника» планируют увеличить объем работы по подготовке участников к финалу. Таким образом, возможности для обучения в ходе олимпиады еще расширяются, и очень важно, чтобы участники олимпиады использовали эти возможности. И для физического факультета важно, чтобы отбор победителей и призеров олимпиады «Робофест» был именно отбором тех, кто наиболее мотивирован и способен к обучению.

Начиная от заданий отборочного тура, внимание участников направляется на ряд физических задач, тесно связанных с выполняемыми заданиями. Затем, на курсах подготовки к финалу, соответствующие разделы физики еще раз подробно обсуждаются. Продемонстрируем на примере материалов первой олимпиады «Робофест», прошедшей в 2016/2017 учебном году, как выстраиваются линии обучения в ходе олимпиады.

Тема: Сила трения и ее влияние на движение робота.
Тема: фотометрия (изменения интенсивности светового излучения).

Эта тема тоже не является «школьной», и для многих участников соответствующие задания требовали работы с новым для них материалом.

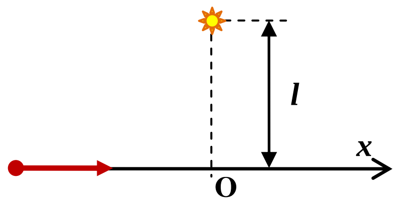
ОТБОРОЧНЫЙ ЭТАП 2016/2017 уч.года, ЗАДАНИЕ 2:

2. Робот оснащен датчиком освещенности, который измеряет световую энергию, попадающую в маленькое «входное окно» датчика. Источником света служит небольшая по размерам лампочка, испускающая свет одинаково во всех направлениях.

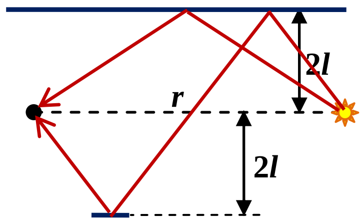
2.1. Пусть робот движется прямо на лампочку, и при этом датчик направлен на лампочку (то есть плоскость входного окна развернута перпендикулярно этому направлению). За пять секунд показания датчика увеличились в $n = 6{,}76$ раза. Во сколько раз за это время уменьшилось расстояние между датчиком и лампочкой?

2.2. Робот останавливается на некотором расстоянии от лампочки и начинает вращаться на месте. При каком направлении датчика (по отношению к лампочке) показания датчика во время этого вращения максимальны? Во сколько раз уменьшится измеряемая датчиком освещенность, если он повернется на угол 60° от этого направления?

2.3. Пусть теперь робот движется по прямой, проходящей на расстоянии $l = 1$ м от лампочки, и датчик освещенности всегда направлен «влево» по ходу движения (см. рисунок). При прохождении точки O (ближайшей к лампочке точки прямой) датчик показывает освещенность I_0. Какой формулой описывается зависимость показаний датчика от расстояния x (измеряемого в метрах) от робота до точки O?



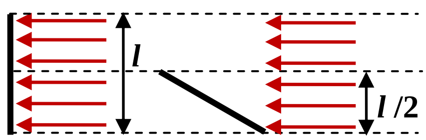
2.4. Робота и лампочку поместили на одинаковом расстоянии $2l = 2$ м от плоской зеркальной стенки. Расстояние между роботом и лампочкой $r = 3$ м. Входное окно датчика освещенности снабдили узкой длинной «направляющей трубой» с черными стенками. Робот вращается на месте. Когда труба направлена на лампочку, датчик показывает освещенность I_0. Во сколько раз отличаются от I_0 показания датчика в момент, когда труба направлено на изображение лампочки в зеркале? Во сколько раз эти показания будут отличаться от I_0, если поместить на расстоянии $4l = 4$ м от стенки небольшое плоское зеркало так, чтобы отраженные от стенки и этого зеркала лучи света от лампочки попадали на робота, и направить трубу на это зеркало? Считать, что обе зеркальные поверхности отражают $\frac{8}{9}$ потока падающей на них световой энергии для всех углов падения.



Ответы и пояснения к этому заданию:

2.1. **В $\sqrt{n} = 2{,}6$ раза**. По мере удаления от лампочки площадь поверхности сферы растет пропорционально квадрату радиуса. Поэтому мощность излучения лампочки, регистрируемая на расстоянии r от нее, убывает обратно пропорционально r^2.

2.2. **Показания датчика максимальны, когда он направлен точно на лампочку. При повороте на угол 60° от этого направления показания уменьшаются в два раза.** Ясно, что максимальное количество энергии в единицу времени попадает в датчик, когда плоскость входного окна развернута перпендикулярно направлению на лампочку. Нетрудно заметить, что при повороте на угол 60° площадь участка фронта световой волны, лучи которого попадают в входное окно датчика, уменьшается именно в два раза (можно исходить из того, что катет, лежащий против угла в 30°, в два раза меньше гипотенузы, или из того, что высота в равностороннем треугольнике является медианой, или, наконец, из того, что $\cos(60°) = 0{,}5$).



2.3. **Это формула $I(x) = I_0 \cdot \dfrac{l^3}{(l^2 + x^2)^{3/2}}$.** Учитывая оба найденных эффекта (мощность убывает обратно пропорционально r^2, и изменяется при повороте от направления на лампу пропорционально косинусу угла поворота, находим, что общий закон изменения интенсивности света $I(x) = I_0 \cdot \dfrac{l^2}{l^2 + x^2} \cdot \dfrac{l}{\sqrt{l^2 + x^2}} = I_0 \cdot \dfrac{l^3}{(l^2 + x^2)^{3/2}}$.

2.4. **I_1 меньше I_0 в $\dfrac{25}{8} = 3{,}125$ раза, а I_2 меньше I_0 в $\dfrac{657}{64} \approx 10{,}266$ раза.** Теперь вместо расстояния от лампы нужно брать длину пройденного световыми лучами пути от лампы до датчика. Для лучей, испытавших одно отражение это $r_1 = \sqrt{r^2 + (4l)^2} = 5$м, а для испытавших два – это $r_2 = \sqrt{r^2 + (8l)^2} = \sqrt{73}$м. Кроме того, нужно учесть уменьшение интенсивности из-за отражений. Поэтому $I_1 = \frac{8}{9}\left(\frac{r}{r_1}\right)^2 I_0 = \frac{8}{25} I_0$, а $I_2 = \left(\frac{8}{9}\right)^2 \left(\frac{r}{r_2}\right)^2 I_0 = \frac{64}{657} I_0$.

Следует отметить, что *фотометрию* (так называют раздел физики, изучающий методы измерений потока световой энергии и законы, описывающие изменения этого потока) почти не изучают в школьном курсе физики, и поэтому многие из закономерностей, использованных в решениях и объяснениях этого задания, могут быть не известны участникам. Вместе с тем задания составлены именно так, чтобы, выполняя их шаг за шагом, участник мог сам «открыть» для себя эти закономерности. Это – то есть способность своими силами выстроить новое знание – одна из самых ценных способностей человека, и обладание этой способностью для участника означает возможность в будущем работать в области науки и высоких технологий, где она совершенно необходима. Видно, что задания отборочного этапа – это и «тест» на наличие уже развитой способности к «генерации нового», и целый ряд упражнений по ее развитию у всех участников. Изучению темы «фотометрия» было уделено достаточно много внимания и в ходе подготовки. Завершалось это изучение одним из заданий финального этапа:

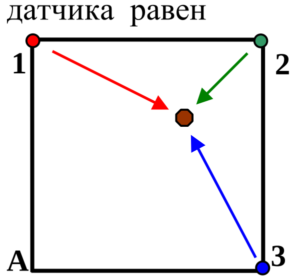
ФИНАЛЬНЫЙ ЭТАП 2016/2017 уч.года, БИЛЕТ № 05 (7-9 классы)

Задание 4:

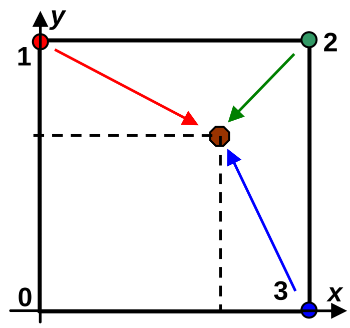
Вопрос: Фотодатчик направлен на лампочку, и при расстоянии между ним и лампочкой в 50 см ток фотодатчика равен 72 мА. При каком расстоянии между фотодатчиком и лампочкой ток фотодатчика будет равен 8 мА? Лампочка светит одинаково во всех направлениях. Ток фотодатчика пропорционален мощности света, попадающего на фотодатчик. Влиянием среды (воздуха) на излучение лампы пренебречь.

Ответ: Площадь сферы пропорциональна квадрату радиуса. Энергия излучения лампочки равномерно распределяется по окружающей ее сфере, поэтому мощность света, попадающего на фотодатчик, обратно пропорциональна квадрату расстояния до нее до фотодатчика. Следовательно, $r' = \sqrt{\frac{72}{8}} \cdot 0{,}5\text{ м} = 1{,}5$ м.

Задача: Робот находится на площадке в форме квадрата со стороной $a = 10$ м. В трех вершинах квадрата расположены лампы разных цветов, а робот снабжен тремя фотодатчиками, настроенными на эти же цвета (см. рисунок). Датчики настроены так, что при нахождении робота на расстоянии $a = 10$ м от любой из ламп ток соответствующего датчика равен $I_0 = 8$мА. По току трех датчиков в текущем положении программа робота определяет его положение на поле и направляет робота по кратчайшему пути в угол поля А со скоростью $v = 0{,}8$м/с. За какое время робот достигнет А из положения, в котором токи датчиков равны $I_1 = 10$мА, $I_2 = 40$мА и $I_3 = 20$мА?



Решение: Квадрат расстояния от каждой из ламп до робота обратно пропорционален току соответствующего датчика, то есть $r_1^2 = a^2 \frac{I_0}{I_1}$, $r_2^2 = a^2 \frac{I_0}{I_2}$ и $r_3^2 = a^2 \frac{I_0}{I_3}$. С другой стороны, эти квадраты расстояний можно с помощью теоремы Пифагора выразить через декартовы координаты робота относительно угла А. Если ось x направить от угла А к третьей лампочке, а ось y – к первой, совместив начало координат с углом А, то квадрат расстояния от первой лампы до робота $r_1^2 = x^2 + (a-y)^2 = x^2 + y^2 + a^2 - 2ay$. Аналогично $r_2^2 = (a-x)^2 + (a-y)^2 = x^2 + y^2 + 2a^2 - 2a(x+y)$ и также $r_3^2 = (a-x)^2 + y^2 = x^2 + y^2 + a^2 - 2ax$. Из этих уравнений выражаем:



$$\begin{cases} x = \dfrac{r_1^2 - r_2^2 + a^2}{2a} = \dfrac{a}{2}\left(1 + \dfrac{I_0}{I_1} - \dfrac{I_0}{I_2}\right) = 8\,\text{м} \\ y = \dfrac{r_3^2 - r_2^2 + a^2}{2a} = \dfrac{a}{2}\left(1 + \dfrac{I_0}{I_3} - \dfrac{I_0}{I_2}\right) = 6\,\text{м} \end{cases}.$$

Значит, робот находится от угла А на расстоянии $s = \sqrt{x^2 + y^2} = 10\,\text{м}$. Время достижения этого угла площадки $t = \dfrac{s}{v} = 12{,}5\,\text{с}$.

Ответ: за время $t = 12{,}5\,\text{с}$.

Как видно, на всех этапах проведения олимпиады ее задания имели похожую структуру, то есть состояли из «наводящих» вопросов и расчетных задач. В приведенном примере выделено именно то задание тренировочного варианта, которое было наиболее близким к будущему заданию теоретического тура заключительного этапа. Ясно, что выполнение подобных тренировочных заданий – лучший способ для подготовки к самому финальному испытанию. Но для того, чтобы эта подготовка была действительно эффективной, нужно усвоить все «уроки», предложенные на протяжении всей олимпиады. Отметим, что начиная с сезона 2017/18 учебного года на базе системы дистанционного обучения МГУ им. М.В.Ломоносова и при поддержке Фонда «Вольное Дело» были организованы доступные для всех участников курсы подготовки к олимпиаде. Таким образом была выстроена «образовательная линия» олимпиады, которая берет свое начало от заданий отборочного этапа и проходила через задания, разбираемые на подготовительных занятиях.
Предлагаем Вашему вниманию материалы заданий олимпиады «Робофест» по физике 2018/2019 учебного года. В этом году количество участников, прошедших предварительную подготовку, заметно увеличилось, и как результат - заметно вырос общий уровень участников финала.
Новшеством отборочного этапа 2018/2019 учебного года стала «разбивка» отборочных заданий по классам. Например, появились задания, ориентированные на младших школьников.

ЗАДАНИЯ ОТБОРОЧНОГО ЭТАПА 2018/19 г. ПО ФИЗИКЕ:
вопросы, ответы и пояснения
Задание 1 (7-8 классы)

1.Средняя скорость тела на участке пути – это отношение пути s тела к длительности интервала времени t, за который тело прошло этот путь: $V_{ср} = \dfrac{s}{t}$.

1.1 Робот проезжает трассу, состоящую из горизонтального участка длиной $L = 6$ м и симметричной горки (то есть такой, у которой подъем и спуск одинаковы по длине и наклону). Полная ширина горки $D = 288$ см, а высота $h = 42$ см. Робот движется по горизонтальному участку со скоростью $v_1 = 1{,}0$ м/с, на подъеме – со скоростью $v_2 = 0{,}6$ м/с, а на спуске – со скоростью $v_3 = 1{,}2$ м/с. Найдите среднюю скорость робота на трассе. Как изменится ответ, если при той же скорости на горизонтальном участке скорость на подъеме в $k > 1$ раз уменьшится, а на спуске во столько же раз увеличится?

1.2. Пусть скорость робота на некотором участке пути изменяется по закону $v(t) = v_0 + a \cdot t$, где a – постоянная величина, измеряемая в м/с^2. Эта величина в физике называется *ускорением*, а такое движение – *равноускоренным*. Какой будет средняя скорость этого движения на участке пути, пройденном за время t? Выведите формулу для средней скорости и найдите ее численное значение, если $v_0 = 1{,}5$ м/с, $a = 1{,}5$ м/с^2, $t = 2$ с.

1.3. Определите средние скорости тел (V_1 и V_2), зависимость скорости которых от времени показана на рисунках 1 и 2. На рис.2 криволинейные участки в используемом

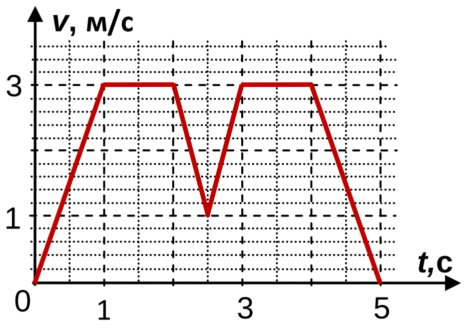


рис.1

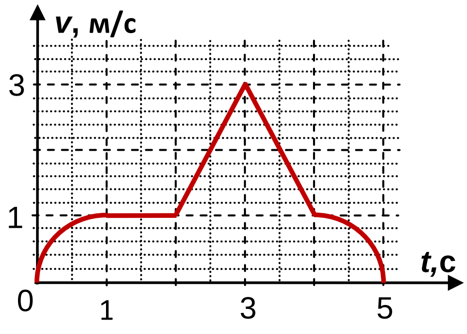


рис.2

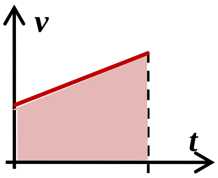
масштабе являются четвертями окружности. Ответ запишите в м/с, при необходимости округляя до сотых и поясните способ его получения.

1.4. Два робота (№1 и №2) проезжают одну и ту же трассу несколько раз. В первом раунде робот №1 проехал трассу быстрее на $\Delta t = 6$ с. Во втором раунде №2 увеличил среднюю скорость прохождения трассы в 1,5 раза, и теперь он проехал трассу быстрее на $\Delta t' = 4$ с. В третьем раунде робот №1 увеличил свою среднюю скорость на трассе на 20%. Кто из роботов проедет трассу быстрее в 3-м раунде и на сколько?

Ответы:

1.1. **V$_{ср}$=(12/13) м/с ≈ 0,92 м/с. Средняя скорость уменьшится**. Пусть l – длина каждой из двух наклонных поверхностей горки. По теореме Пифагора $l = \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 + h^2} = 1{,}5$ м. Значит, полное время прохождения трассы $t = \frac{L}{v_1} + \frac{l}{v_2} + \frac{l}{v_3} = \frac{Lv_2v_3 + lv_1(v_2 + v_3)}{v_1v_2v_3} = 9{,}75$ с. Путь работа $s = L + 2l = 9$ м, поэтому средняя скорость равна $V_{ср} = \frac{(L + 2l)v_1v_2v_3}{Lv_2v_3 + lv_1(v_2 + v_3)} = \frac{12}{13}$ м/с, или $V_{ср} \approx 0{,}92$ м/с. При указанном изменении скоростей новое время $t = \frac{L}{v_1} + \frac{kl}{v_2} + \frac{l}{kv_3}$, и после подстановки численных значений: $t = 6\,\text{с} + k \cdot 2{,}5\,\text{с} + \frac{1{,}25\,\text{с}}{k} = 6\,\text{с} + \frac{2{,}5\,\text{с}}{\sqrt{2}} \cdot \left(k\sqrt{2} + \frac{1}{k\sqrt{2}}\right)$. Нетрудно заметить, что при любом x справедливо неравенство $x + \frac{1}{x} \geq 2$, причем равенство (то есть минимальное значение этого выражения) достигается при $x = 1$. У нас $x = k\sqrt{2} > \sqrt{2} > 1$, поэтому это выражение при увеличении k от 1 всегда увеличивается, то есть время прохождения трасы после указанного изменения скоростей увеличится. Следовательно, средняя скорость уменьшится.

1.2. $V_{ср} = v_0 + \frac{at}{2}$**, при заданных значениях** $V_{ср} = 3$ **м/с.** В этом случае можно действовать двумя путями: (1) Заметить, что скорость равномерно растет от v_0 до $v_0 + a \cdot t$ т, и найти среднее непосредственно : $V_{ср} = \frac{1}{2}\left(v_0 + v_0 + at\right) = v_0 + \frac{at}{2}$. (2) Построив график зависимости скорости от времени, можно догадаться, что пройденный путь возможно найти как площадь трапеции – эта площадь складывается из площадей очень большого числа очень тоненьких «полосок», каждая из которых соответствует пути $\Delta s = v(t)\Delta t$, пройденному за очень маленький интервал времени от t до $t+\Delta t$. Тогда можно найти, что



$s = \dfrac{v_0 + v_0 + at}{2}t = v_0 t + \dfrac{at^2}{2}$. Значит, $V_{cp} = \dfrac{s}{t} = v_0 + \dfrac{at}{2}$. Подставляя численные значения, находим, что $V_{cp} = 3$ м/с.

1.3. $V_1 = 2{,}20$ **м/с и** $V_2 \approx 1{,}31$ **м/с.** В первом случае можно рассмотреть движение как набор равноускоренных и равномерных движений, и воспользоваться соответствующими формулами для нахождения полного пути. Однако проще сразу искать путь как площадь под графиком скорости. Тогда в первом случае $s_1 = 11$м, и, следовательно, $V_1 = \dfrac{s_1}{t} = 2{,}2$ м/с. Во втором случае путь на школьном уровне определяется только через площадь: $s_2 = \left(5 + \dfrac{\pi}{2}\right)$м, и $V_2 = \dfrac{s_2}{t} \approx 1{,}31$ м/с.

1.4. **В третьем раунде роботы проедут трассу за одинаковое время.** Пусть L – длина трассы, а v_1 и v_2 – скорости роботов в первом раунде. Тогда $\Delta t = t_2 - t_1 = \dfrac{L}{v_2} - \dfrac{L}{v_1} = L\dfrac{v_1 - v_2}{v_1 v_2}$.

Аналогично во втором раунде $\Delta t' = t_1' - t_2' = \dfrac{L}{v_1} - \dfrac{2L}{3v_2} = L\dfrac{3v_2 - 2v_1}{3v_1 v_2}$. Следовательно,

$\dfrac{\Delta t}{\Delta t'} = \dfrac{3(v_1 - v_2)}{3v_2 - 2v_1} \Rightarrow v_2 = \dfrac{3\Delta t' + 2\Delta t}{3(\Delta t' + \Delta t)}v_1 = 0{,}8 v_1$. В третьем раунде:

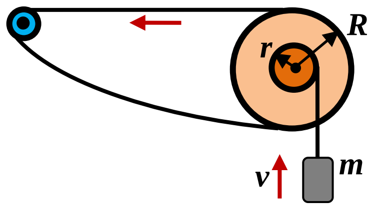
$$\Delta t'' = t_1'' - t_2'' = \frac{5L}{6v_1} - \frac{2L}{3v_2} = L\frac{5v_2 - 4v_1}{6v_1 v_2} = \frac{v_1 v_2}{v_1 - v_2}\Delta t\frac{5v_2 - 4v_1}{6v_1 v_2} = \frac{5v_2 - 4v_1}{6(v_1 - v_2)}\Delta t = 0.$$

Значит, в третьем раунде роботы проедут трассу за одинаковое время.

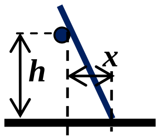
Задание 8 (9-11 классы)

8. В механике известно *правило рычага*: для того, чтобы у твердого тела вращение отсутствовало или происходило с постоянной угловой скоростью, сумма моментов приложенных к нему сил должна равняться нулю. Напомним, что *момент силы* можно определить как произведение величины силы на ее *плечо* (это расстояние от линии действия силы до оси вращения), взятое со знаком «плюс» или «минус». Знак зависит от направления вращения, которое эта сила «пытается» создать. Обычно договариваются считать направление вращения против часовой стрелки положительным, а по часовой стрелке – отрицательным.

8.1. Вращение вала подъемного механизма (его радиус равен $r = 4$ см) осуществляется с помощью цепной передачи (см. рисунок). Радиус жестко соединенной с валом шестерни $R = 16$ см. Чему равна сила натяжения цепи при подъеме груза с массой $m = 10$ кг с постоянной скоростью $v = 3$ м/с, если силы трения, действующие на вал, пренебрежимо малы? Ускорение свободного падения считать равным $g \approx 10$ м/с^2. Какую минимальную мощность должен развивать при этом двигатель, вращающий ведущую шестерню передачи?

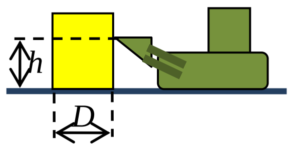


8.2. Шест длиной $L = 150$ см поставили так, что он опирается на гладкую горизонтальную балку ограждения соревновательной зоны, проходящую на высоте $h = 120$ см. Точка опоры шеста о шероховатый пол по горизонтали смещена от ограждения на расстояние $x = 60$ см. Масса шеста равна $m = 5$ кг. С какой силой давит шест на ограждение?



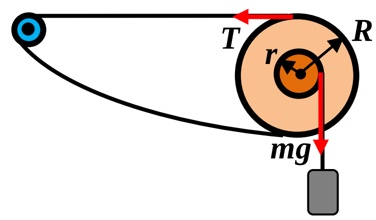
8.3. На наклонную поверхность горки нужно установить препятствие для робота – брусок в форме параллелепипеда размерами 10см×30 см×50 см. Брусок однороден, коэффициент трения всех граней бруска о поверхность горки равен $\mu = 0{,}25$. В первом случае брусок кладут на поверхность самой длинной гранью вдоль склона, а во втором – самой короткой. В каком случае можно наклонить поверхность к горизонту сильнее (чтобы брусок еще покоился) – в первом или во втором? На сколько градусов различаются максимальные допустимые углы наклона в этих случаях?

8.4. Модель «бульдозера» должна двигать перед собой ковшом с постоянной скоростью по горизонтальной поверхности однородный брусок шириной $D = 16$ см, высота которого больше ширины. Коэффициент трения бруска о поверхность $\mu = \dfrac{2}{3}$. На какой максимальной высоте h над поверхностью может находиться точка давления ковша на брусок, чтобы брусок двигался поступательно? Какую работу должен совершить бульдозер над бруском при перемещении бруска на 1 м, если масса бруска $m = 600$ г?



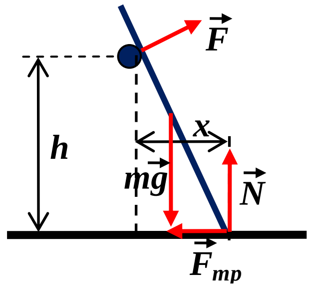
Ответы:

8.1. **Сила натяжения цепи равна 25 Н, минимальная требуемая мощность 300 Вт.** Так как вал и шестерня вращаются с постоянной скоростью, то сумма приложенных к ним моментов сил (а это сила натяжения цепи и сила натяжения троса, на котором подвешен груз, причем для троса эта сила равна весу груза) равна нулю, то есть $T \cdot R = mg \cdot r$,

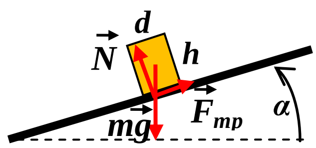


Поэтому $T = \dfrac{r}{R} mg \approx 25$ Н. Так как рычаги не дают выигрыша в работе, то минимальная требуемая мощность (когда мы пренебрегаем всеми потерями) должна быть равна мощности работы силы тяжести, препятствующей подъему груза: $P_{\min} = mg \cdot v = 300$ Вт.

8.2. **Шест давит на ограждение с силой 12,5 Н.** На шест действуют: сила тяжести, сила нормальной реакции пола $\vec{N}$ и сила трения $\vec{F}_{mp}$, сила реакции балки ограждения $\vec{F}$, величина которой по 3 закону Ньютона равна величине искомой силы. Силы $\vec{N}$ и $\vec{F}_{mp}$ имеют нулевые плечи относительно точки опоры шеста. Плечо силы тяжести равно $l_g = \dfrac{L}{2}\cos(\alpha) = \dfrac{Lx}{2\sqrt{h^2 + x^2}}$ (α – угол наклона шеста к полу), а плечо силы $\vec{F}$ равно $l_F = \sqrt{h^2 + x^2}$. Поэтому уравнение правила моментов относительно этой точки имеет вид: $+mg\dfrac{Lx}{2\sqrt{h^2 + x^2}} - F\sqrt{h^2 + x^2} = 0$. Из этого уравнения находим: $F = \dfrac{Lx}{2(h^2 + x^2)} mg = 12{,}5$ Н.



8.3. **Больше можно наклонить в первом случае, на 2,7°.** На брусок, лежащий на наклонной плоскости, действуют сила тяжести, сила трения покоя и сила нормальной реакции. Из условия равновесия следует, что $F_{mp} = mg\sin(\alpha)$, а $N = mg\cos(\alpha)$. Ограничение на силу трения скольжения $F_{mp} \le \mu N$ показывает, что брусок не скользит, если



$tg(\alpha) \le \mu$. Так как в покое должна равняться нулю сумма моментов этих сил, то точкой приложения силы реакции должна быть точка, в которой линия действии силы тяжести пересекает площадь опоры (плечи всех трех сил относительно этой точки будут равны нулю). Это требование нельзя выполнить, если диагональ сечения бруска с шириной (вдоль склона) d и высотой (над склоном) h наклонится дальше вертикали. В этом случае брусок начнет опрокидываться вокруг нижнего ребра. Поэтому условием покоя является и второе требование: $tg(\alpha) \le \frac{d}{h}$. В первом случае $\frac{d_1}{h_1} = 5 > \mu = 0{,}25$, и угол наклона ограничивается именно началом скольжения: $\alpha_1^{(\max)} = arctg(0{,}25) \approx 14°$. Во втором случае $\frac{d_2}{h_2} = 0{,}2 < \mu = 0{,}25$, и угол ограничивается началом опрокидывания: $\alpha_2^{(\max)} = arctg(0{,}2) \approx 11{,}3°$. Итак, в первом случае можно наклонить плоскость сильнее – максимальный угол наклона на 2,7° больше, чем во втором.

8.4. **12 см, 4 Дж.** При движении с постоянной скоростью сумма проекций сил на горизонтальное направление движение равна нулю. Поэтому сила, с которой ковш «бульдозера» действует на брусок, должна равняться силе трения скольжения, то есть $F = \mu mg$. Для того, чтобы движение было поступательным, необходимо, чтобы брусок не опрокидывался вокруг дальнего от бульдозера нижнего ребра. Для этого нужно, чтобы момент силы F относительно этого ребра не превосходил момент силы тяжести, которая препятствует такому опрокидыванию. Таким образом, должно выполняться требование $\mu mg \cdot h \le mg \cdot \frac{D}{2}$. Значит, $h_{\max} = \frac{D}{2\mu} = 12$ см. Работа по перемещению бруска на путь s равна $A = F \cdot s = \mu mgs = 4$ Дж.

ЗАДАНИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО ТУРА ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОГО ЭТАПА ПО ФИЗИКЕ 2018/19 года: условия, решения и ответы

7, 8 и 9 классы, БИЛЕТ № 05.

Задание 1:

Вопрос: Роботу на трассе необходимо преодолеть препятствие в виде несимметричной горки: длина подъема на 20% больше, чем длина спуска. В первой попытке робот на спуске едет на 20% быстрее, чем на подъеме. Во второй попытке он может изменить скорости подъема и спуска, но только таким образом, чтобы их произведение осталось неизменным. Во сколько раз нужно изменить скорость спуска, чтобы средняя скорость робота при прохождении горки была максимальна?

Задача: Две модели машин едут по одной и той же круговой трассе с постоянными по величине скоростями. Первая проезжает трассу время $t_1 = 80$ с, и при этом каждые $T = 2$ мин обгоняет вторую. На одном из кругов вторая модель, сразу после очередного обгона со стороны первой, резко развернулась и поехала по той же трассе в другую сторону. Через какое время после этого модели встретились?

Ответ на вопрос: Пусть L – длина пути спуска. Тогда длина дороги на подъеме равна $1{,}2L$. Обозначим скорость на подъеме в первой попытке v (соответственно на спуске – $1{,}2v$). Во второй попытке скорость на подъеме $\frac{v}{k}$, а на спуске $1{,}2kv$. Значит, время преодоления оврага станет равно $t = \frac{1{,}2kL}{v} + \frac{L}{1{,}2kv} = \frac{L}{v}\left(1{,}2k + \frac{1}{1{,}2k}\right)$. С помощью очевидного неравенства $(x-1)^2 \ge 0 \Rightarrow x^2 + 1 \ge 2x$ можно доказать, что при любом x справедливо неравенство $x + \frac{1}{x} \ge 2$, причем равенство (то есть минимальное значение этого выражения) достигается при $x=1$. Поэтому минимальное время преодоления оврага (а значит, максимальная величина средней скорости) достигается при $k=5/6$. Значит, скорость на спуске нужно уменьшить в 1,2 раза.

Решение задачи: Пусть L – длина круга, $v_{1,2}$ – скорости первой и второй модели соответственно. Тогда $L=v_1t_1=(v_1-v_2)T$. Из этого соотношения находим, что $v_2=\frac{T-t_1}{T}v_1$. После разворота второй модели до встречи моделям вместе нужно проехать путь L, то есть искомое время $t=\frac{L}{v_1+v_2}=\frac{T}{2T-t_1}\frac{L}{v_1}=\frac{t_1T}{2T-t_1}=1$ мин.

Задание 2:

Вопрос: Нагретый на печи камень завернули в плотную ткань и вынесли на улицу зимой. От начальной температуры 50°С до 49°С он остыл за 25 с. Какое примерно время уйдет на остывание этого камня от 20°С до 19°С, если температура на улице -10°С ? Ответ объясните.

Задача: В тонкостенную металлическую кастрюлю набросали доверху мокрого снега (состоящего из воды и ледяных кристаллов, находящихся в равновесии). Затем кастрюлю закрыли крышкой и внесли в сауну. За время 12 мин снег полностью растаял, а еще за 1 мин содержимое кастрюли нагрелось до +5°С. Какую часть начальной массы снега (в процентах) составляли ледяные кристаллы? Удельная теплоемкость воды $c\approx 4{,}2$ Дж/(г·°С), удельная теплота плавления льда $\lambda\approx 336$ Дж/г.

Ответ на вопрос: Скорость остывания (вместе с потоком тепла от горячего камня) пропорциональна разности температур камня и окружающей среды. Поэтому во втором случае эта скорость уменьшилась в два раза, и остывание уйдет примерно вдвое большее время, то есть 50 с.

Решение задачи: Пусть n – искомая доля льда. Во время плавления льда тепло, поступающее в кастрюлю, шло только на это плавление, то есть $12Q_1=\lambda\cdot nm$ (здесь Q_1 – количество теплоты, поступающее в кастрюлю за 1 мин, а m – масса снега). Аналогично $Q_1=cm\Delta t$. Так как разность температур с окружающей средой почти не изменилась, то и Q_1 не изменилось. Разделив эти соотношения друг на друга, найдем: $n=\frac{12c\Delta t}{\lambda}=0{,}75$. Итак, ледяные кристаллы составляли 75% начальной массы снега.

Задание 3:

Вопрос: Два амперметра подключили к аккумулятору с внутренним сопротивлением 4 Ом последовательно, и они оба показали ток, равный 3 А. Затем их подключили к этому же аккумулятору параллельно, и они оба показали ток, равный 2 А. Чему равно внутреннее сопротивление этих амперметров?

Задача: Нагревательный элемент подключили к аккумулятору последовательно с одним резистором. Мощность тепловыделения в нагревательном элементе составила $P_1=400$ Вт. Затем его подключили к этому же аккумулятору последовательно с двумя такими же резисторами. Мощность понизилась до $P_2=256$ Вт. Какой станет мощность тепловыделения в нагревательном элементе, если его подключить к этому же аккумулятору последовательно с тремя таким же резисторами?

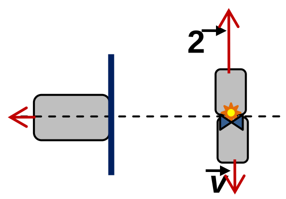
Ответ на вопрос: Ясно, что внутренние сопротивления амперметров R одинаковы. При последовательном подключении к источнику с ЭДС (напряжением, создаваемым на клеммах при разомкнутой цепи) E и внутренним сопротивлением r сила тока $I=\frac{\mathrm{E}}{r+2R}$. При параллельном $I'=\frac{\mathrm{E}}{2r+R}$. Поэтому $\frac{I}{I'}=\frac{3}{2}=\frac{2r+R}{r+2R}\Rightarrow R=\frac{r}{4}=1$Ом.

Решение задачи: При подключении нагревательного элемента к источнику с ЭДС (напряжением, создаваемым на клеммах при разомкнутой цепи) E и внутренним сопротивлением r последовательно с n резисторами сила тока в нем $I = \dfrac{E}{r + R_H + nR}$. Поэтому мощность тепловыделения $P_n = I^2 R_H = \dfrac{E^2 R_H}{(r + R_H + nR)^2}$. Удобно изучать более простую зависимость $\dfrac{1}{\sqrt{P_n}} = \dfrac{r + R_H}{E\sqrt{R_H}} + n\dfrac{R}{E\sqrt{R_H}}$. Тогда из уравнений $\dfrac{1}{\sqrt{P_1}} = \dfrac{r + R_H}{E\sqrt{R_H}} + \dfrac{R}{E\sqrt{R_H}}$ и $\dfrac{1}{\sqrt{P_2}} = \dfrac{r + R_H}{E\sqrt{R_H}} + 2\dfrac{R}{E\sqrt{R_H}}$ найдем, что $\dfrac{1}{\sqrt{P_2}} - \dfrac{1}{\sqrt{P_1}} = \dfrac{R}{E\sqrt{R_H}}$. Затем из уравнения $\dfrac{1}{\sqrt{P_3}} = \dfrac{r + R_H}{E\sqrt{R_H}} + 3\dfrac{R}{E\sqrt{R_H}}$ получим $\dfrac{1}{\sqrt{P_3}} - \dfrac{1}{\sqrt{P_2}} = \dfrac{R}{E\sqrt{R_H}} = \dfrac{1}{\sqrt{P_2}} - \dfrac{1}{\sqrt{P_1}}$, откуда $P_3 = \dfrac{P_1 P_2}{(2\sqrt{P_1} - \sqrt{P_2})^2} = \dfrac{1600}{9}\,\text{Вт} \approx 177{,}8\,\text{Вт}$.

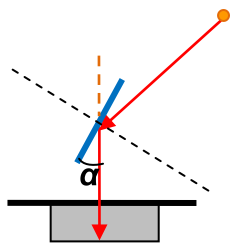
Задание 4:

Вопрос: Человек с зеркалом стоит рядом с очень глубоким узким вертикальным колодцем и держит в руках зеркало. Расположив зеркало над колодцем, он направляет солнечного «зайчика» на дно колодца. Найдите высоту Солнца над горизонтом, если плоскость его зеркала повернута на $15°$ от вертикали.

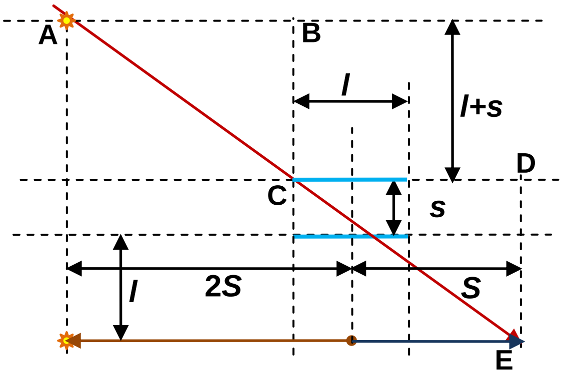
Задача: Три робота расположены на площадке таким образом, что два из них стоят вплотную друг другу, а третий – неподалеку (см. рисунок). На стоящих вплотную роботах размещены небольшие лампочка и фотодатчик (оказавшиеся «совсем рядом»), а на третьем – плоское зеркало шириной $l = 120$ см. Середина зеркала находится точно напротив лампочки и фотодатчика на расстоянии $l = 120$ см от них. В некоторый момент времени робот с фотодатчиком начинает двигаться перпендикулярно линии, соединяющей фотодатчик с центром зеркала в одну сторону, робот с лампочкой в тот же момент начинает двигаться в противоположную сторону, а робот с зеркалом – удаляться от них обоих в перпендикулярном направлении. Скорость робота с фотодатчиком (который всегда ориентирован в сторону зеркала и «видит» его целиком) примерно постоянна и равна $v = 0{,}15$ м/с, а скорость робота с лампочкой в два раза выше. В течении какого времени после старта фотодатчик принимает свет от лампочки? Временем разгона роботов пренебречь.



Ответ на вопрос: Как нетрудно увидеть из построения, для направления лучей от Солнца вертикально вниз после отражения от зеркала, высота Солнца над горизонтом должна составлять $90° - 2\alpha = 60°$.



Решение задачи: Изобразим крайнее положение роботов, когда лучи от лампочки, отражаясь от зеркала, еще достигают фотодатчика: в следующее мгновение «освещенная зона», границы

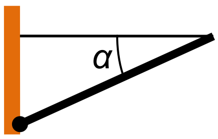


которой вместе с лампочкой движутся быстрее, чем фотодатчик, окончательно «убежит» от него. Как видно, независимо от величины смещения зеркала, треугольники ABC и CDE должны быть одинаковы, поэтому $2vt-\frac{l}{2}=vt+\frac{l}{2}\Rightarrow t=\frac{l}{v}=8\,\text{с}$.

10 и 11 классы, БИЛЕТ № 01.

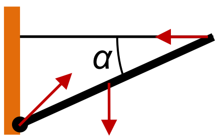
Задание 1:

Вопрос: Однородный стержень длиной 1 м и массой 1 кг может свободно вращаться в вертикальной плоскости вокруг одного из своих концов, который закреплен шарнирно. К другому концу прикреплена горизонтальная легкая нерастяжимая нить, которая удерживает стержень в положении, в котором стержень составляет с горизонталью угол 30° (см. рисунок). Найдите величину силы реакции шарнира.



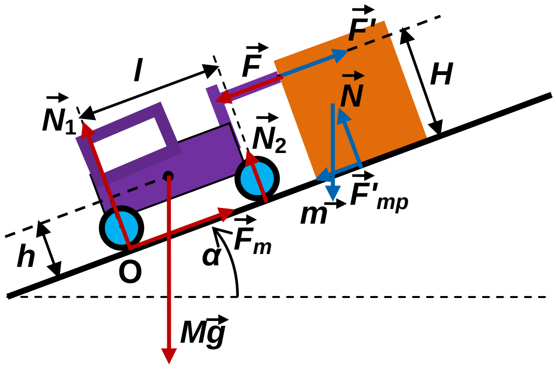
Задача: Небольшой робот должен двигать перед собой с постоянной скоростью кубик, поднимаясь по наклонной плоскости. Известно, что масса кубика в 2 раза меньше массы самого робота, коэффициенты трения ведущих (задних) колес робота и кубика о наклонную плоскость равны $\mu=\frac{2}{3}$. Передние колеса робота катятся без проскальзывания, расстояние между осями колес у него $l=20\,\text{см}$. Центр масс робота находится точно посередине между колесными осями на высоте $h=7{,}5\,\text{см}$. Высота точки давления рамы робота на кубик над поверхностью равна $H=15\,\text{см}$. Найдите максимальный угол наклона плоскости, при котором робот может выполнить свою задачу.

Ответ на вопрос: Сначала используем правило моментов: $T\cdot l\sin(\alpha)-mg\cdot\frac{l}{2}\cos(\alpha)=0\Rightarrow T=\frac{\sqrt{3}}{2}mg$. Ясно, что горизонтальная и вертикальная составляющие силы реакции шарнира равны T и mg



соответственно. Значит, величина силы реакции шарнира $F=\sqrt{T^2+m^2g^2}=\frac{\sqrt{7}}{2}mg\approx 13{,}2\,\text{Н}$.

Решение задачи: При поступательном движении кубика с постоянной скоростью сумма приложенных к нему сил равна нулю. На рисунке синим цветом показаны силы, действующие на кубик. Используя условие равенства нулю проекции суммы сил на направление вдоль



наклонной плоскости, найдем, что сила, действующая на кубик со стороны робота $F' = mg\sin(\alpha) + F'_{тр}$. Так как кубик скользит, то $F'_{тр} = \mu N = \mu mg\cos(\alpha)$, и поэтому $F' = mg[\sin(\alpha) + \mu\cos(\alpha)]$. По третьему закону Ньютона такую же величину имеет сила F, действующая со стороны кубка на робота. Красным цветом показаны вектора сил, приложенных к роботу. Обратим внимание, что силу нормальной реакции плоскости мы разделили на силы, действующие на передние (свободные) и задние (ведущие) колеса, и что силой трения качения свободных колес мы пренебрегаем. Сила трения $F_{тр}$ ведущих колес направлена вверх вдоль плоскости – именно она обеспечивает движение робота и кубика. Проекция на направление вдоль наклонной плоскости суммы сил, действующих на робота, также должна быть равна нулю. Из этого условия найдем необходимую величину силы трения ведущих колес: $F_{тр} = Mg\sin(\alpha) + mg[\sin(\alpha) + \mu\cos(\alpha)]$. С учетом того, что по условию $M = 2m$, получаем: $F_{тр} = mg[3\sin(\alpha) + \mu\cos(\alpha)]$. Кроме того, должна равняться нулю и сумма моментов сил, которую удобно вычислять относительно точки О (тогда плечи сил $F_{тр}$ и N_1 равны нулю). При записи этого условия наиболее аккуратно нужно вычислять плечо силы $M\vec{g}$ относительно точки О. Оно равно $l_g = \frac{l}{2}\cos(\alpha) - h\sin(\alpha)$. Итак, правило моментов приводит к соотношению $+N_2 l + FH - Mg\left(\frac{l}{2}\cos(\alpha) - h\sin(\alpha)\right) = 0$, из которого можно найти величину $N_2 = mg\left[\cos(\alpha) - \frac{2h}{l}\sin(\alpha)\right] - mg\frac{H}{l}[\sin(\alpha) + \mu\cos(\alpha)]$.Учтем, что в соответствии с условием $\frac{H}{l} = \frac{3}{4}$, $\frac{h}{l} = \frac{3}{8}$, а $\mu = \frac{2}{3}$. Тогда $N_2 = \frac{mg}{2}[\cos(\alpha) - 3\sin(\alpha)]$. Сумма сил реакции уравновешивает компоненту силы тяжести робота, и $N_1 = 2mg\cos(\alpha) - N_2 = \frac{3}{2}mg[\cos(\alpha) + \sin(\alpha)]$. Такое движение возможно при выполнении двух условий:

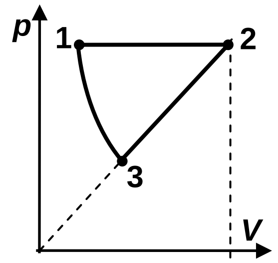
1) $F_{тр} \le \mu N_1 \Rightarrow mg\left[3\sin(\alpha) + \frac{2}{3}\cos(\alpha)\right] \le mg[\cos(\alpha) + \sin(\alpha)]$, откуда $\mathrm{tg}(\alpha) \le \frac{1}{6}$.
2) Передние колеса не отрываются от поверхности, то есть $N_2 = \frac{mg}{2}[\cos(\alpha) - 3\sin(\alpha)] \ge 0$, откуда $\mathrm{tg}(\alpha) \le \frac{1}{3}$.

Как видно, первое условие более жесткое, и максимальный угол, при котором возможно движение вверх вдоль плоскости робота с грузом $\alpha_{\max} = \mathrm{arctg}\left(\frac{1}{6}\right) \approx 9{,}5°$.

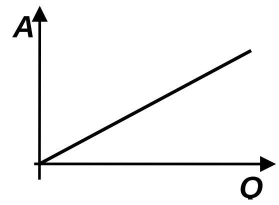
Задание 2:

Вопрос: Одноатомный идеальный газ участвует в процессе, в котором его давление растет прямо пропорционально объему. Постройте график зависимости совершенной в этом процессе работы от полученного газом количества теплоты.

Задача: В тепловом двигателе в качестве рабочего тела используется одноатомный идеальный газ. Цикл рабочего тела состоит из изобары 1-2, процесса 2-3, диаграмма которого в координатах давление-объем – прямая, проходящая через начало координат, и адиабаты 3-1 (см. рисунок). Известно, что в процессе 2-3 над газом совершается работа, равная шестой части количества теплоты, подведенной к газу в изобарическом процессе. При этом 25% работы рабочего тела в цикле расходуется на компенсацию потерь на трение в узлах двигателя. Остальные потери можно считать пренебрежимо малыми. Найти КПД двигателя.



Ответ на вопрос: Рассмотрим расширение газа от объема V_1 до V_2. Работа газа равна площади под диаграммой процесса в координатах $p-V$ (площади трапеции), то есть



$$A = \frac{p(V_1)+p(V_2)}{2}(V_2-V_1) = \frac{\alpha}{2}(V_2+V_1)(V_2-V_1) = \frac{\alpha}{2}(V_2^2 - V_1^2).$$

При этом изменение температуры, в соответствии с уравнением Менделеева-Клапейрона $\Delta T = \frac{1}{\nu R}(p_2V_2 - p_1V_1) = \frac{\alpha}{\nu R}(V_2^2 - V_1^2)$, и поэтому $A = \frac{\nu R}{2}\Delta T$.

Количество теплоты $Q = A + \Delta U = \frac{1}{2}\nu R\Delta T + \frac{3}{2}\nu R\Delta T = 4A$. Итак, $A = \frac{1}{4}Q$. График показан на рисунке.

Решение задачи: В процессе 1-2 газ получает тепло, а в процессе 2-3 – отдает. Поэтому теплота нагревателя $Q_H = Q_{12}$, а теплота холодильника $Q_X = -Q_{23}$. В соответствии с результатом, полученным в ответе на вопрос, $A_{23} = \frac{1}{4}Q_{23} \Rightarrow Q_X = 4|A_{23}|$. Из условия ($Q_H = 6|A_{23}|$) находим, что КПД цикла (без учета потерь на трение) $\eta_0 = 1 - \frac{Q_X}{Q_H} = \frac{1}{3}$. С учетом потерь на трение КПД двигателя $\eta = 0{,}75 \cdot \eta_c = \frac{1}{4} = 25\%$.

Задание 3:

Вопрос: Электромотор подключен к аккумулятору с ЭДС 40 В. Полное сопротивление контура обмотки ротора равно 8 Ом. Найти максимальную возможную величину полезной мощности электромотора. Потерями на трение в узлах двигателя пренебречь.

Задача: С помощью легких прочных тросов и электродвигателей из воды вытаскивают небольшой стальной груз. Сила сопротивления, действующая на груз со стороны воды, с хорошей точностью пропорциональна скорости его подъема. Если к грузу прицепить вертикальный трос от одного электродвигателя и использовать для питания двигателя аккумулятор с пренебрежимо малым внутренним сопротивлением, то в установившемся режиме ток через аккумулятор равен $I_1 = 2{,}2$ А. Если использовать два таких электродвигателя, подключенных к тому же аккумулятору параллельно (оба троса вертикальны), то ток возрастет до $I_2 = 3{,}6$ А. Каким станет ток через аккумулятор, если аналогичным образом использовать четыре таких же электродвигателя? Известно, что сила натяжения троса, создаваемая электродвигателем, прямо пропорциональна силе тока, текущего в обмотке его ротора.

Ответ на вопрос: Мощность, отдаваемая в цепь аккумулятором, расходуется на компенсацию тепловых потерь в контуре обмотки ротора (мощность которых $P_Q = RI^2$) и полезную работу. Значит, $P_n = \mathrm{E}\cdot I - RI^2$. При изменении режима работы двигателя изменяется сила тока через обмотку ротора. Как видно из записанного выражения (график функции $P_n(I)$ - парабола), максимальная мощность двигателя достигается при $I = \frac{\mathrm{E}}{2R}$, и она равна $P_{n\max} = \frac{\mathrm{E}^2}{4R} = 50$ Вт.

Решение задачи: Запишем уравнение энергетического баланса цепи при использовании *n* электродвигателей. Если ток аккумулятора равен I_n, то каждый двигатель потребляет ток $\frac{1}{n}I_n$. Обозначим R сопротивление цепи ротора каждого из электродвигателей, а Е – ЭДС аккумулятора. Тогда $\mathrm{E}\cdot I_n = nR(I_n/n)^2 + P_n$. Сила натяжения троса при равномерном движении должна уравновешивать сумму силы Архимеда, веса груза и силы сопротивления среды, которая по условию пропорциональна скорости: $|\vec{F}_c| = \alpha\cdot v$. Итак, $F = mg - F_A + \alpha\cdot v \equiv F_0 + \alpha\cdot v$. Полезная мощность P_n, развиваемая всеми двигателями, равна $P_n = F\cdot v_n = (F_0+\alpha v_n)v_n$ (v_n – скорость подъема груза при использовании *n* электродвигателей). Ясно также, что тросы натянуты одинаково, а по условию сила натяжения каждого троса пропорциональна силе тока в обмотке ротора одного двигателя с некоторым коэффициентом (обозначим его *k*). Поэтому $F_0 + \alpha\cdot v_n = n\cdot k\cdot\frac{I_n}{n} \Rightarrow v_n = \frac{kI_n - F_0}{\alpha}$. Следовательно, $\mathrm{E}\cdot I_n = \frac{R}{n}I_n^2 + kI_n\cdot\alpha\frac{kI_n - F_0}{\alpha}$. Из этого соотношения находим, что $I_n = \frac{(\mathrm{E}+kF_0)n}{R+k^2n}$. Удобнее анализировать поведение **обратной силы тока** $\frac{1}{I_n} = \frac{k^2}{\mathrm{E}+kF_0} + \frac{R}{\mathrm{E}+kF_0}\frac{1}{n}$, так как оно проще зависит от *n*. В самом деле, из выражений $\frac{1}{I_1} = \frac{k^2}{\mathrm{E}+kF_0} + \frac{R}{\mathrm{E}+kF_0}$ и $\frac{1}{I_2} = \frac{k^2}{\mathrm{E}+kF_0} + \frac{R}{\mathrm{E}+kF_0}\frac{1}{2}$ находим, что $\frac{R}{2(\mathrm{E}+kF_0)} = \frac{1}{I_1} - \frac{1}{I_2}$. Затем, из соотношения $\frac{1}{I_4} = \frac{k^2}{\mathrm{E}+kF_0} + \frac{R}{\mathrm{E}+kF_0}\frac{1}{4}$ получаем $\frac{1}{I_2} - \frac{1}{I_4} = \frac{R}{4(\mathrm{E}+kF_0)} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{I_1} - \frac{1}{I_2}\right)$. Следовательно, $I_4 = \frac{2I_1I_2}{3I_1 - I_2} = 5{,}28$ А.

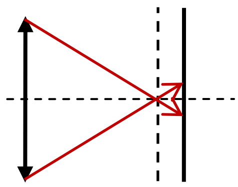
Задание 4:

Вопрос: Небольшая лампочка приближается к тонкой линзе по главной оптической оси со скоростью 0,4 м/с. Найти скорость действительного изображения лампочки в тот момент, когда расстояние от лампочки до линзы в три раза превышает фокусное расстояние линзы.

Задача: Школьник установил на квадрокоптер пленочный фотоаппарат с дистанционным управлением. Он отрегулировал объектив так, что чувствительная поверхность пленки располагалась на расстоянии $l = 20{,}1$мм от объектива – при этом максимально четкими на снимке получались объекты на поверхности земли при заданной высоте зависания квадрокоптера. Оказалось, что эти объекты становятся размытыми, если это расстояние увеличить на $\Delta l = 0{,}1$мм. Каким должно быть время открытия затвора фотоаппарата, чтобы при полете на той же высоте со скоростью $v = 3$м/с объекты на поверхности земли не получались размытыми на снимке? Диаметр объектива $d = 15$мм, а его оптическая сила $D = 50$дптр.

Ответ на вопрос: Ясно, что линза собирающая. По формуле линзы $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F}$. Продифференцируем это соотношение и учтем, что $a'_t = -v_a$ (уменьшение a соответствует движению по направлению к линзе) и $b'_t = v_b$. Тогда $\frac{v_a}{a^2} - \frac{v_b}{b^2} = 0 \Rightarrow v_b = \frac{b^2}{a^2}v_a$. Из той же формулы линзы $b = \frac{aF}{a-F}$, то есть $v_b = \frac{F^2}{(a-F)^2}v_a$, и $a = 3F$ при получаем $v_b = \frac{1}{4}v_a = 0{,}1$м/с.

Решение задачи: Ясно, что l – это расстояние от линзы до изображения предметов, находящихся на заданной высоте h. Следовательно, $\frac{1}{h}+\frac{1}{l}=D \Rightarrow h=\frac{l}{Dl-1}$. При увеличении расстояния на Δl лучи, сфокусированные в точку на предыдущем расстоянии дают пятно размером $\delta=\frac{\Delta l}{l}d$ (см. рисунок). Это и есть величина изображения точки, при котором она выглядит «размытой». При перемещении объекта перпендикулярно главной оптической оси линзы со скоростью v относительно линзы ее изображение перемещается в плоскости со скоростью



$v'=\frac{l}{h}v=(Dl-1)v$. Значит, условие того, чтобы объекты на поверхности земли «не получались размытыми на снимке» - это $v'\tau=(Dl-1)v\tau<\delta$. В результате получаем, что $\tau<\frac{\Delta l}{l(Dl-1)}\frac{d}{v}\approx 0{,}005\,\text{с}$.

Схема «отборочный этап – подготовка – финальный этап» была сохранена и в 2019/20 учебном году. Правда, из-за карантинных ограничений весны 2020 года финальный этап проводился в дистанционном режиме, применением технологий, позволяющих проводить идентификацию участников и контроль выполнения ими регламента олимпиады.

Рассмотрим материалы заданий олимпиады «Робофест» 2019/20 учебного года.

ЗАДАНИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО ТУРА ОТБОРОЧНОГО ЭТАПА ПО ФИЗИКЕ 2019/20 года: примеры условий, решений и ответов

Задание 1 (7-8 классы)

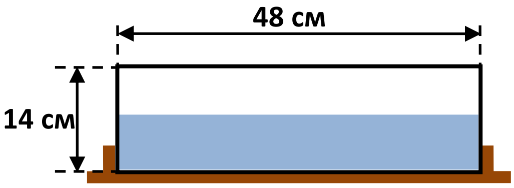
1. Давление – физическая величина, равная отношению перпендикулярной (нормальной) силы, действующей на элемент поверхности, к площади этого элемента поверхности: $p=\frac{F_n}{S}$. Единица измерения давления в системе СИ – паскаль: это давление, создаваемое силой в 1 Н на площадь 1 м^2, то есть $1\,\text{Па}=\frac{1\,\text{Н}}{1\,\text{м}^2}$.

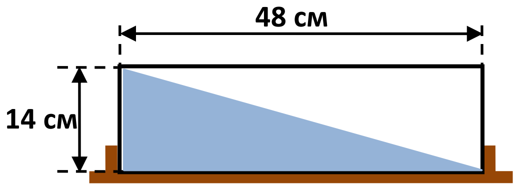
1.1. Вездеход на колесном ходу оставляет в тундре на ровном участке следы глубиной $h_1=6\,\text{см}$. При этом общая площадь соприкосновения его колес с дорогой $S_1=0{,}4\,\text{м}^2$. Какой станет глубина следов, если его переставить на гусеничный ход? Переделка незначительно изменит общую массу вездехода, но опорная площадь гусениц $S_2=2\,\text{м}^2$. Считайте, что глубина следов прямо пропорциональна давлению: $h=k\cdot p$, оказываемого на почву, причем для местности, о которой идет речь, $k\approx 1{,}5\cdot 10^{-6}$ м/Па. Чему равна масса вездехода? Ускорение свободного падения считать равным $g\approx 10\,\text{м/с}^2$.

1.2. Робот массой 1,6 кг с четырьмя колесами некоторое время постоял на горизонтальной поверхности. После того, как он отъехал с места стоянки, обнаружилось, что на поверхности сохранились отпечатки его колес общей площадью 10 см^2. Колеса робота оборудованы достаточно легкими надувными шинами (собственная упругость оболочки намного меньше упругости закаченного в шины воздуха). Найдите избыточное давление в шинах робота (то есть разницу давления воздуха в шинах и внешнего атмосферного давления). Ускорение свободного падения считать равным $g\approx 10\,\text{м/с}^2$.

1.3. На весах стоит канистра с машинным маслом. По показаниям весов масса канистры равна 6 кг 800 г. Через открытую крышку в канистру опускают на легкой тонкой нити груз массой 450 г, изготовленный из материала, плотность которого в 3 раза больше плотности масла. Груз целиком погружается в масло, но не касается дна канистры. Что произошло с показаниями весов (уменьшились, увеличились, остались неизменными)? Если они изменились, то на сколько? Ответ объясните. Какими станут показания весов, если груз поставить на дно так, что нить слегка провиснет?

1.4. Аквариум размером 48 см × 14 см × 14 см наполовину заполнен водой. Его закрепили в кузове грузовика (длинной стороной по ходу движения, на горизонтальной поверхности).





Грузовик плавно разгонялся, увеличивая свое ускорение. Колебания поверхности жидкости были малы, и в момент, когда грузовик достиг максимального ускорения, уровень воды с одной стороны достиг крышки аквариума (см. рисунок). В какую сторону (по отношению к рисунку) было направлено ускорение грузовика? Найдите максимальную величину этого ускорения. Во сколько раз увеличилось максимальное давление в жидкости в момент достижения максимального ускорения по сравнению с максимальным давлением жидкости в покоящемся аквариуме? Ускорение свободного падения считать равным $g \approx 10$ м/с^2.

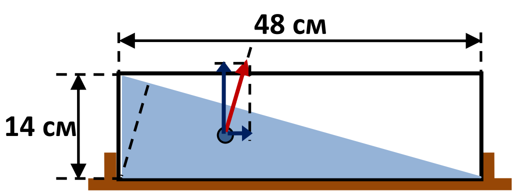
Ответы:

1.1. **1,2 см, 1600 кг**. Глубина следа пропорционально давлению, которое обратно пропорционально площади опоры. Поэтому при увеличении площади опоры в $\dfrac{2\text{ м}^2}{0{,}4\text{ м}^2} = 5$ раз глубина следа уменьшится во столько же раз и будет равна 1,2 см.

1.2. **Примерно 16 кПа.** Сила реакции поверхности уравновешивает равнодействующую веса робота и атмосферного давления, и она равна силе давления воздуха в шинах на поверхность. Поэтому вес робота равен силе избыточного давления воздуха в шинах (упругостью оболочки шин пренебрегаем). Следовательно, $mg = \Delta p \cdot S$ (здесь Δp – искомое избыточное давление), поэтому $\Delta p = \dfrac{mg}{S} \approx 16\,\text{кПа}$.

1.3. **Показания весов после опускания груза в масло увеличатся на 150 г. После того, как груз поставят на дно канистры, весы будут показывать 7 кг 250 г.** В первом случае давление на чашку весов определяется весом пустой канистры и давлением масла на ее дно (до опускания груза сила этого давления, конечно же, равна весу масла). После опускания груза в масло на груз со стороны масла действует сила Архимеда, равная $F_A = \rho_M V_{ГР} g = \dfrac{\rho_M}{\rho_{ГР}} mg = \dfrac{1}{3} mg$ (m – масса груза). Точно такая же сила действует со стороны груза на воду, которая передает это действие на дно канистры. Следовательно, показания весов увеличатся на $\Delta m = \dfrac{m}{3} = 150\,\text{г}$. При опускании груза на дно и провисании нити (сила натяжения нити обратилась в ноль) полный вес груза давит непосредственно на дно канистры, и теперь показания весов увеличиваются на полную массу груза ($\Delta m' = m = 450\,\text{г}$), и новые показания весов равны 7 кг 250 г.

1.4. **Ускорение направлено вправо, максимальное ускорение равно примерно 2,9 м/с^2, максимальное давление в воде при разгоне возрастает в 2 раза.** Пусть a – искомое ускорение. Для выделенного небольшого объема жидкости это ускорение создается горизонтальной составляющей равнодействующей сил давления. Поверхность жидкости – это поверхность постоянного давления, так что эта сила (сила

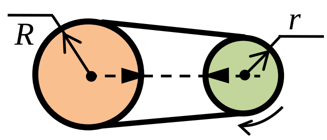


Архимеда) направлена вверх перпендикулярно поверхности жидкости. Поэтому ясно, что ускорение грузовика в процессе разгона направлено вправо по отношению к рисунку. Вертикальная составляющая силы Архимеда уравновешивает вес жидкости в этом объеме, то есть $F_{гор} = \Delta m \cdot a$ и $F_{верт} = \Delta m \cdot g$. Поэтому, с учетом подобия треугольника, образованного силой Архимеда и ее проекциями и треугольника сечения жидкости, находим, что $\frac{a}{g} = \frac{14}{48} = \frac{7}{24}$. Следовательно, $a = \frac{7}{24} g \approx 2{,}9\,\text{м/с}^2$. Давление в воде максимально в точке, наиболее удаленной от поверхности жидкости (в направлении роста давлении, то есть перпендикуляра к поверхности). Как видно, расстояние от поверхности до этой «наиболее удаленной» точки в углу аквариума равно $\frac{48}{\sqrt{14^2+48^2}} 14\,\text{см} = \frac{336}{25}\,\text{см}$. При этом результирующая сила $F = \Delta m \cdot \sqrt{a^2+g^2} = \frac{25}{24} \Delta m g$, то есть давление в этой точке равно $\rho_B \frac{25}{24} g \cdot \frac{336}{25}\,\text{см} = \rho_B g \cdot 14\,\text{см}$, то есть давлению в покоящейся воде на глубине 14 см, а это в 2 раза больше, чем было в аквариуме до начала разгона.

Задание 6 (8-9 классы)

6. Рассмотрим некоторые типы механических передач, используемых в различных механизмах. При этом для измерения угла поворота удобно использовать *радианную меру*: в этом случае угол измеряется отношением длины соответствующей дуги окружности l_φ к радиусу окружности R: $\varphi[рад] \equiv \frac{l_\varphi}{R}$.

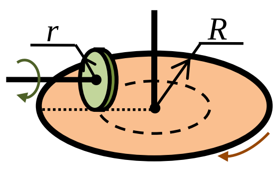
6.1. Пусть передача вращения от одной вала к другому осуществляется с помощью цепи, проходящей по зубцам двух шестеренок с радиусами $R = 4\,\text{см}$ и $r = 3\,\text{см}$ (зубцы по размеру намного меньше обоих радиусов). Ведущая шестеренка (меньшего радиуса) вращается с частотой 60 оборотов в минуту. Найдите частоту вращения второй шестеренки. С какой по величине скоростью движутся звенья цепи?



6.2. На шестеренках из предыдущего вопроса сделаны две метки. В некоторый момент времени эти метки оказались точно напротив друг друга (см. рисунок). Найдите угол между векторами ускорений меток (относительно неподвижного корпуса механизма) спустя 2 с после этого момента времени. Какой минимальный интервал времени проходит между двумя возвращениями меток в показанное на рисунке положение в процессе вращения шестеренок?

6.3. Найдите скорость метки на большей шестеренке относительно метки на меньшей шестеренке в момент времени, когда после прохождения положения меток, показанного на рисунке, большая шестеренка повернулась на половину полного оборота. Считайте, что расстояние между осями шестеренок равно 11 см. При ответе на этот вопрос учтите, что метка на меньшей шестеренке совершает вращательное движение. Поэтому любая точка, *неподвижная* относительно этой метки, тоже совершает относительно неподвижного корпуса механизма *такое же* вращательное движение: если эта точка находится на расстоянии l от оси вращения меньшей шестеренки, то она движется со скоростью $v = \omega l$, перпендикулярной линии, соединяющей ее с осью вращения.

6.4. *Фрикционная передача* может быть реализована с помощью двух тонких дисков, прижатых друг к другу как показано на рисунке (передача движения осуществляется за счет трения). В изображенном на рисунке механизме диски с радиусами $r = 4\,\text{см}$ (ведущий валик) и $R = 12\,\text{см}$ прижаты друг к другу с силой $N = 100\,\text{Н}$. Плоскости дисков (и оси их вращения) перпендикулярны. Коэффициент трения между валиками $\mu = 0{,}8$. Период вращения (время, за которое совершается один оборот) ведущего валика $\tau = 2\,\text{с}$,

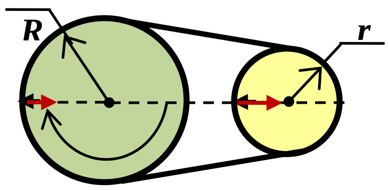


а период вращения второго валика $T = 4$ с. Точка соприкосновения дисков находится на расстоянии, равном половине радиуса большего диска, от его оси вращения. Найдите КПД (коэффициент полезного действия) передачи – отношение мощности, идущей на вращение ведомого валика к мощности, затрачиваемой на поддержание вращения ведущего валика. Считайте, что единственной причиной энергетических потерь в передаче являются тепловые потери при трении между валиками. Чему равна мощность этих тепловых потерь?

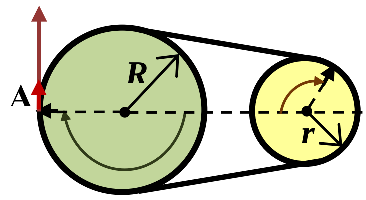
Ответы:

6.1. **45 оборотов в минуту (0,75 об/с), линейные скорости звеньев цепи:** $V_ц \approx 0{,}19$ **м/с**. Зубцы шестеренок при движении сцеплены со звеньями цепи, поэтому величины их скоростей равны друг другу и равны скорости звеньев цепи: $V = v = V_ц$. С учетом связи величин линейной и угловой скорости из этого соотношения следует, что $\Omega R = \omega r \Rightarrow \Omega = \frac{r}{R}\omega$, то есть угловая скорость большой шестеренки равна 0,75 от угловой скорости малой. Во столько же раз будет отличаться и частота вращения, то есть для большой шестеренки она будет равна 45 об/мин. Период вращения малой шестеренки равен $\tau = 1$с. Тогда скорость звеньев цепи $V_ц = \frac{2\pi r}{\tau} \approx 0{,}19$ м/с.

6.2. **0°, 3 с.** Как видно из величин частот, за 2 с малая шестеренка совершит два полных оборота, а большая – 1,5 оборота. Следовательно, метка на малой шестеренке вернется в исходной положение, и ее центростремительное ускорение будет направлено к ее центру. Метка на большой шестеренке после прохождения полного оборота повернется еще на угол 180° (см. рисунок). Ее ускорение тоже будет направлено к центру, и поэтому угол между векторами ускорений будет равен нулю: они окажутся сонаправлены. Период вращения малой шестеренки равен $\tau = 1$с, а большой – $T = 0{,}75$ с. Период их относительного движения (а это и есть минимальное время между совмещениями меток) есть наименьшее общее кратное τ и T, и поэтому он равен 3 с.



6.3. **Примерно 0,75 м/с.** Пусть точка А в рассматриваемый момент времени совпадает по положению с меткой на большей шестеренке, но при этом неподвижна относительно метки на меньшей шестеренке. Значит, она вращается вместе с меткой на малой шестеренке вокруг оси этой шестеренки с угловой скоростью ω. Значит, скорость точки А относительно неподвижного корпуса механизма равна по величине $V_A = 5v$ (расстояние до оси вращения у нее 11 см + 4 см = 15 см, что в 5 раз больше, чем у метки на малой шестеренке) и направлена перпендикулярно отрезку, соединяющему ее с осью малой шестеренки (на рисунке – «вверх»). Скорость же метки на большой шестеренке $V = v$, и она тоже направлена «вверх» по отношению к рисунку. Ясно, что скорость метки на большой шестеренке относительно метки на малой равна скорости метки на большой шестеренке относительно точки А, а она, очевидно, равна $V_{отн} = 4v \approx 0{,}75$ м/с. Отметим, что скорость точки вращающейся системы отсчета, совпадающей по положению в данный момент времени с изучаемой материальной точкой, часто называют *переносной скоростью* (в нашем случае это V_A).



6.4. **75%, примерно 3,77 Вт.** Если бы диски не проскальзывали друг по другу (величины скоростей точек их поверхностей в этом случае были бы одинаковы), то отношение периодов равнялось бы отношению радиусов вращения соприкасающихся точек, то есть тогда бы имело место соотношение $T = \frac{R}{2r}\tau = 1{,}5 \cdot \tau$. У нас $T > 1{,}5\tau$, что свидетельствует о наличии проскальзывания – ведомый диск «отстает» от ведущего. Величина скорости поверхности ведущего диска $v = \frac{2\pi r}{\tau} \approx 0{,}188$ м/с, а ведомого (в точке соприкосновения) –

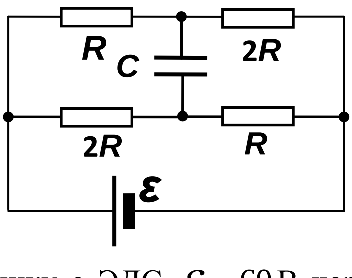
$V = \frac{\pi R}{T} = \frac{3}{4} v \approx 0{,}141$ м/с. Значит, скорость проскальзывания (относительная скорость поверхностей в точке соприкосновения) $V_{отн} = v - V = \frac{1}{4} v \approx 0{,}047$ м/с. Величина силы трения, действующей между валиками, $F_{тр} = \mu N = 80$ Н. Мощность, затрачиваемая на вращение ведущего валика $P = F_{тр} \cdot v$, а мощность, идущая на поддержание вращения ведомого валика $P_{пол} = F_{тр} \cdot V$. Поэтому КПД передачи $\eta = \frac{P_{пол}}{P} = \frac{V}{v} = \frac{3}{4} = 75\%$. Потери на тепловыделения из-за проскальзывания $P_Q = F_{тр} \cdot V_{отн} = \frac{\mu N v}{4} \approx 3{,}77$ Вт.

Задание 12 (10-11 классы)

11. Конденсаторы – устройства для накопления электрического заряда при подключении к источнику напряжения. Конденсатор состоит из двух проводящих тел (обкладок), разделенных изолирующим промежутком. У «симметричных» конденсаторов обкладки одинаковые и расположены симметрично. У «плоских» конденсаторов обкладки – одинаковые плоские пластины, расположенные параллельно на малом расстоянии. Обычно конденсаторы заряжают симметрично – перенося заряд с одной обкладки на другую (то есть на одной обкладке оказывается заряд + q, а на другой – q). Тогда q называют зарядом конденсатора. Заряд обычно прямо пропорционален приложенному напряжению. Основная характеристика конденсатора – *электроемкость* (или просто *емкость*) – это отношение заряда конденсатора к величине напряжения между обкладками при этом заряде: $C \equiv \frac{q}{U}$. Единица измерения емкости – фарада ($1\Phi = \frac{1\text{Кл}}{1\text{В}}$). Отметим, что емкость определяется именно по напряжению при «антисимметричной» зарядке: если, например, на обе обкладки симметричного конденсатора поместить одинаковый заряд, то напряжение между обкладками будет, конечно же, равно нулю. Вместе с зарядом конденсатор накапливает энергию в форме электростатического поля между обкладками. Энергия, запасенная конденсатором, определяется по формуле $E_C = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2}$.

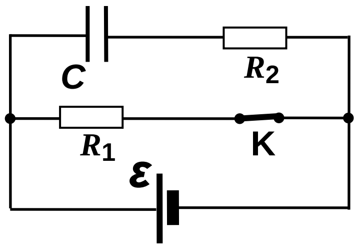
12.1. На пластины плоского конденсатора емкостью 20 нФ (нанофарада равна 10^{-9}Ф) нанесены заряды +1 мкКл и – 1 мкКл. Найдите напряжение между пластинами. Как изменится напряжение, если заряд отрицательной пластины изменить, сделав его равным +5 мкКл?

12.2. Найдите заряд конденсатора в схеме, показанной на рисунке. ЭДС источника равна $\mathcal{E} = 24$ В, его внутреннее сопротивление пренебрежимо мало. Емкость конденсатора равна $C = 50$ мкФ, сопротивление $R = 10$ Ом. Схема находится в установившемся режиме (то есть текущие в ней токи постоянны).



12.3. Конденсатор емкостью $C = 50$ мкФ подключают к источнику с ЭДС $\mathcal{E} = 60$ В через цепь с общим сопротивлением $R = 10$ Ом. Изначально конденсатор не заряжен, цепь разомкнута (с помощью ключа). Ключ замыкают, и конденсатор начинает заряжаться. Как будет изменяться ток в цепи в процессе зарядки (опишите качественно поведение величины силы тока)? Какую работу совершит источник до полной зарядки конденсатора? Чему равно КПД зарядки (отношение энергии, переданной конденсатору, к работе источника)? Какое количество тепла выделилось в схеме за время зарядки?

12.4. В схеме, показанной на рисунке, ключ долгое время был замкнут. В некоторый момент времени ключ разомкнули. Известно, что ЭДС источника равна $\mathcal{E} = 120\,\text{В}$, его внутреннее сопротивление $r = 5\,\text{Ом}$, величина сопротивлений $R_1 = 10\,\text{Ом}$ и $R_2 = 15\,\text{Ом}$, емкость конденсатора $C = 50\,\text{мкФ}$. До какого напряжения был заряжен конденсатор до размыкания ключа? Каким стало напряжение на конденсаторе после размыкания ключа и перехода в установившийся режим?



Какое количество теплоты выделится в резисторе R_2 после размыкания ключа?

Ответы:

12.1. **50 В, 100 В.** В первом случае конденсатор заряжен стандартным образом до заряда 1 мкКл, и поэтому, согласно определению емкости, $U = \dfrac{q}{C} = 50\,\text{В}$. Во втором случае состояние конденсатора можно представить как наложение двух распределений заряда: (а) на обе пластины нанесен заряд +3 мкКл, (б) на одной пластине размещен заряд +2 мкКл, на другой заряд – 2 мкКл. Для первого распределения напряжение равно нулю, а второе соответствует конденсатору, заряженному до заряда 2 мкКл. Поэтому напряжение увеличилось в два раза по сравнению с первым случаем и равно 100 В.

12.2. **0,4 мКл.** Так как через конденсатор ток не течет, то можно считать, что к источнику подключены параллельно две ветви с сопротивлением по 30 Ом каждая. Тогда в каждой из этих ветвей течет ток $I_1 = I_2 = \dfrac{\mathcal{E}}{3R} = 0{,}8\,\text{А}$. Значит, напряжение на резисторе R в верхней ветви $U_1 = I_1 R = \dfrac{\mathcal{E}}{3} = 8\,\text{В}$, а напряжение на резисторе $2R$ в нижней ветви $U_2 = I_2 2R = 2\dfrac{\mathcal{E}}{3} = 16\,\text{В}$. Их разность дает напряжение на конденсаторе $U_C = U_2 - U_1 = \dfrac{\mathcal{E}}{3} = 8\,\text{В}$. Заряд конденсатора $q = CU_C = C\dfrac{\mathcal{E}}{3} = 0{,}4\,\text{мКл}$.

12.3. **Сила тока будет максимальна в самом начале зарядки (сразу после замыкания ключа), а затем будет монотонно убывать, стремясь к нулю в установившемся режиме. Работа источника 0,18 Дж, КПД зарядки 50%, тепловые потери 0,09 Дж.** Ток в цепи зарядки определяется разностью ЭДС источника и напряжения на конденсаторе $I = \dfrac{\mathcal{E} - U_C}{R}$. В самом начале зарядки (сразу после замыкания ключа) напряжение на конденсаторе равно нулю, и сила тока максимальна (она равна $I_0 = \dfrac{\mathcal{E}}{R} = 6\,\text{А}$). В процессе зарядки напряжение на конденсаторе монотонно растет по мере накопления заряда. Следовательно, сила тока будет монотонно уменьшаться. Постепенно схема стремится к установившемуся режиму, в котором сила тока равна нулю (ветвь с конденсатором разомкнута), а напряжение на конденсаторе при этом стремится к величине ЭДС. Заряд, перемещенный источником с одной обкладки на другую, равен $q = C\mathcal{E} = 3$ мКл. Источник совершил работу $A = q\mathcal{E} = C\mathcal{E}^2 = 0{,}18\,\text{Дж}$. Энергия, которую получил конденсатор $\Delta E_C = \dfrac{q^2}{2C} = \dfrac{1}{2}C\mathcal{E}^2 = 0{,}09\,\text{Дж}$, так что КПД зарядки $\eta = \dfrac{\Delta E_C}{A} A = 50\,\%$. Работа источника идет на увеличение энергии конденсатора и на компенсацию тепловых (джоулевых) потерь, поэтому выделившееся тепло $Q = A - \Delta E_C = \dfrac{1}{2}C\mathcal{E}^2 = 0{,}09\,\text{Дж}$.

8.4. **80 В, 120 В, 0,03 Дж.** Пока ключ был замкнут, в ветви с R_1 тек ток $I = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + r} = 8\,\text{А}$. Напряжение на равнялось $U_1 = IR_1 = R_1 \frac{\mathcal{E}}{R_1 + r} = \frac{2}{3}\mathcal{E} = 80\,\text{В}$. Через R_2 ток не проходил, и поэтому напряжение на конденсаторе также равнялось $U_1 = 80\,\text{В}$. После размыкания ключа ток течет через источник и резистор R_2, дозаряжая конденсатор до нового равновесного напряжения $U = \mathcal{E} = 120\,\text{В}$. Для увеличении напряжения источник должен переместить с одной обкладки конденсатора на другую заряд $q = C(U - U_1) = \frac{1}{3}C\mathcal{E}$, совершив работу $A = q\mathcal{E} = \frac{1}{3}C\mathcal{E}^2 = 0{,}24\,\text{Дж}$. Энергия конденсатора увеличилась на $\Delta E_C = \frac{CU^2}{2} - \frac{CU_1^2}{2} = \frac{5}{18}C\mathcal{E}^2 = 0{,}2\,\text{Дж}$. Таким образом, всего в схеме выделилось количество тепла, равное $Q = A - \Delta E_C = \frac{1}{18}C\mathcal{E}^2 = 0{,}04\,\text{Дж}$. Это тепло выделялось на резисторе R_2 и на внутреннем сопротивлении источника. Так как они включены последовательно, то они делят это тепло пропорционально сопротивлениям, то есть резистор получит $\frac{R_2}{R_2 + r} = 75\%$ от всего выделившегося тепла: $Q_2 = \frac{3}{4}Q = \frac{1}{24}C\mathcal{E}^2 = 0{,}03\,\text{Дж}$.

ПРИМЕРЫ ЗАДАНИЙ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО ТУРА ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОГО ЭТАПА

11 класс, БИЛЕТ № 01

Задание 1:

Вопрос: Две сцепленные шестеренки с мелкими зубцами имеют радиусы, различающиеся в полтора раза. Частота вращения меньшей шестеренки равна 6 оборотов в минуту. По одному зубцу на каждой шестеренке промаркированы. Найдите минимальный интервал времени между касаниями этих зубцов.

Ответ: Так как зубцы сцеплены, то линейные скорости зубцов одинаковы: $\omega_1 r_1 = \omega_2 r_2$, и поэтому частота вращения большей шестеренки равна 4 оборота в минуту. Искомое время – наименьшее общее кратное периодов вращения шестеренок, то есть 30 с: за это время пройдет 2 периода вращения большей и 3 периода вращения меньшей шестеренки.

Задача: На потолке зала, в котором проходят робототехнические соревнования, установлена обзорная видеокамера на вращающемся кронштейне. В некоторый момент времени, когда объектив видеокамеры двигался по окружности радиуса $r = 1\,\text{м}$ периодом $T = 1\,\text{мин}$ на расстоянии $h = 50\,\text{см}$ от потолка, в самый центр поля зрения объектива попал небольшой робот, двигавшийся по полу (относительно камеры) со скоростью $v = 2$ м/с, направленной под углом $\alpha = 30°$ к плоскости, проходящей через робота и ось вращения камеры, «вперед» по направлению вращения. С какой скоростью двигался робот относительно пола? Высота потолка $H = 5\,\text{м}$.

Решение: Скорость робота по данным видеозаписи – это его скорость относительно вращающейся системы отсчета (далее – относительная скорость), и она равна векторной разности искомой скорости робота относительно пола и «переносной» скорости этой системы отсчета в точке нахождения робота. Переносная скорость равна по величине $V_n = \omega R$ (где R – расстояние до робота от оси вращения камеры) и направлена перпендикулярно радиусу. Угловая скорость камеры $\omega = \frac{2\pi}{T}$, а $R = \frac{H}{h}r = 10\,\text{м}$, поэтому $V_n = \frac{2\pi H r}{Th} \approx 1{,}047\,\text{м/с}$. Радиальная компонента скорости робота относительно пола равна $V_R = v\cos(\alpha) \approx 1{,}732\,\text{м/с}$, а компонента, перпендикулярная радиусу $V_{\perp} = v\sin(\alpha) + V_n \approx 2{,}047$ м/с. Поэтому величина его скорости относительно пола $V = \sqrt{V_R^2 + V_{\perp}^2} = \sqrt{v^2 + \frac{4\pi^2 H^2 r^2}{T^2 h^2} + \frac{4\pi H r v \sin(\alpha)}{Th}} \approx 2{,}68$ м/с.

ОТВЕТ: $V = \sqrt{v^2 + \frac{4\pi^2 H^2 r^2}{T^2 h^2} + \frac{4\pi H r v \sin(\alpha)}{Th}} \approx 2{,}68$ м/с.

Задание 2:

Вопрос: Тепловой насос – установка, перекачивающая теплоту от более холодного тела к более горячему за счет совершения работы. Его эффективность характеризуют величиной коэффициента трансформации – отношения количества тепла, переданного более нагретому телу, к потраченной работе. Допустим, что в качестве теплового насоса используется тепловая машина с КПД 10% с обращенным циклом. Чему равен коэффициент трансформации такого теплового насоса?

Ответ: При обращении цикла энергетический баланс сохраняется, только изменяется направление теплообмена. Поэтому количество теплоты, передаваемое насосом нагретому телу, равно количеству теплоты, получаемому за цикл тепловой машиной, и поэтому коэффициент трансформации и КПД связаны обратным соотношением: $k = \frac{Q_H}{A} = \frac{1}{\eta} = 10 = 1000\%$.

Задача: Допустим, что нам нужно отапливать помещение, поддерживая в нем постоянную температуру $t_0 = 24°\mathrm{C}$ за счет использования электроэнергии. Рассмотрим два способа отопления. В первом мы подключаем к сети электронагреватель, который превращает в тепло, поступающее в помещение, практически всю потребляемую энергию. Во втором мы используем электродвигатель, который совершает работу над рабочим телом теплового насоса, перекачивающего тепло с улицы (где температура $t_X = -9°\mathrm{C}$ в это время практически постоянна) в отапливаемое помещение. КПД электродвигателя $\eta_{ЭД} = 70\%$, тепловой насос работает по циклу Карно. Во сколько раз мощность, потребляемая от сети в первом способе, отличается от аналогичной мощности во втором?

Решение: Для поддержания постоянной температуры в помещении при неизменной температуре на улице необходимо обеспечить подвод в помещение некоторой постоянной тепловой мощности P_Q. В первом способе это обеспечивается нагревателем, то есть $P_1 = P_Q$. Во втором способе за один цикл, проходящий за время τ, тепловой насос должен закачивать количество теплоты $Q_H = P_Q \tau$. Используя ответ на вопрос и формулу для КПД цикла Карно, вычислим коэффициент трансформации теплового насоса: $k = \frac{T_H}{T_H - T_X}$. Отметим, что в качестве нагреваемого тела выступает помещение ($T_H = 297$ К), а в качестве «холодильника» - улица ($T_X = 264$ К). Работа двигателя насоса над рабочим телом за цикл связана с потребляемой мощностью соотношением $A = \eta_{ЭД} P_2 \tau$, и поэтому $P_Q \tau = \frac{T_H}{T_H - T_X} \eta_{ЭД} P_2 \tau$, то есть $P_2 = \frac{T_H - T_X}{\eta_{ЭД} T_H} P_Q$. Следовательно, $\frac{P_1}{P_2} = \eta_{ЭД} \frac{T_H}{T_H - T_X} = 6{,}3$.

ОТВЕТ: расходуемая мощность в первом способе в 6,3 раза больше, чем во втором.

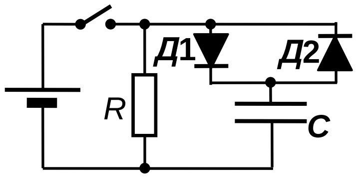
Примечание: Некоторые участники считали, что двигатель стоит в отапливаемом помещении и все его потери – тепловые, то есть теряемая им энергия тоже в виде тепла поступает в отапливаемое помещение. Это, естественно, увеличивало $\frac{P_1}{P_2}$ (фактически в этом случае можно пренебречь отличием КПД электродвигателя от 1). Это не следует из условия, однако, если участник аргументировал использование такого приближения, такой вариант признавался правильным. Однако «потеря» КПД двигателя без подобной аргументации считалось ошибкой!

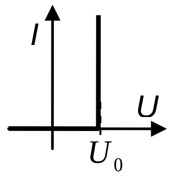
Задание 3:

Вопрос: Напряжение на светодиоде постоянно и равно 4 В. Через светодиод в течение 6 с пропускают ток с силой 0,5 А. КПД светодиода 75%. Найдите энергию света, испущенного светодиодом за это время.

Ответ: Мощность, потребляемая светодиодом 4 В × 0,5 А = 2 Вт, и с учетом КПД мощность свечения равна 1,5 Вт. Поэтому энергия испущенного за 6 с света равна 9 Дж.

Задача: В схеме, показанной на рисунке слева, одинаковые диоды не являются идеальными – их





вольтамперная характеристика показана на рисунке справа. Перед сборкой схемы конденсатор емкости $C = 10$ мкФ был разряжен. Ключ замыкают, а после того, как напряжение на конденсаторе практически перестанет изменяться, снова размыкают. Пороговое напряжение диода $U_0 = 3$ В. ЭДС источника в 4 раза больше U_0, внутреннее сопротивление источника в 3 раза меньше сопротивления резистора R. Какое количество теплоты выделится в каждом из диодов и в резисторе после размыкания ключа?

Решение: После замыкания ключа конденсатор заряжается от источника через диод Д1. Зарядка закончится, когда напряжение на диодах уменьшится до U_0 (после этого Д1 запирается). Так как в этом режиме (когда напряжение на конденсаторе неизменно) весь ток течет через резистор, то напряжение на резисторе $U_R = \dfrac{\varepsilon}{R+r}R = \dfrac{4U_0}{4/3} = 3U_0$. Значит, максимальное напряжение на конденсаторе равно $2U_0$.После размыкания ключа конденсатор разряжается через диод Д2 и резистор. Значит, ток через Д1 не течет, и после размыкания ключа теплота в нем не выделяется. Конденсатор разряжается до напряжения U_0, после чего Д2 запирается. Напряжение на Д2 постоянно и равно U_0, а протекший через него в процессе разрядки конденсатора заряд равен $C(2U_0 - U_0) = CU_0$. Следовательно, выделившееся в Д2 количество теплоты $Q_{Д2} = CU_0^2 = 90$ мкДж. Сумма количеств теплоты, выделившихся в Д2 и резисторе, равна потере энергии конденсатором: $Q_{Д2} + Q_R = \dfrac{C(2U_0)^2}{2} - \dfrac{CU_0^2}{2} = \dfrac{3CU_0^2}{2}$. Значит, $Q_R = \dfrac{CU_0^2}{2} = 45$ мкДж.

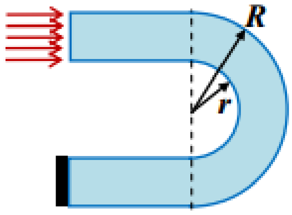
ОТВЕТ: $Q_{Д1} = 0$, $Q_{Д2} = CU_0^2 = 90$ мкДж, $Q_R = \dfrac{CU_0^2}{2} = 45$ мкДж.

Задание 4:

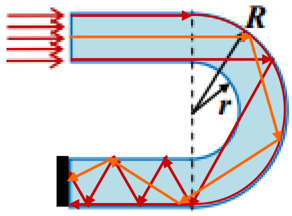
Вопрос: Опишите явление полного внутреннего отражения.

Ответ: Явление полного внутреннего отражения возникает при падении света на границу раздела прозрачных сред из оптически более плотной среды (с большим абсолютным показателем преломления $n_1 > n_2$). В этом случае угол преломления β, который определяется из закона Снелла $\sin(\beta) = \dfrac{n_1}{n_2}\sin(\alpha)$, больше угла падения α, и при углах падения $\alpha > \arcsin\left(\dfrac{n_2}{n_1}\right)$ такого значения не существует. Физически это означает отсутствие преломленных лучей, и если также отсутствует и поглощение света на границе раздела сред, то вся энергия падающего света будет отражаться. Это явление и называют полным внутренним отражением, а угол $\alpha_{ПВО} \equiv \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$ – углом полного внутреннего отражения. Если ввести относительный показатель преломления двух сред $n \equiv \frac{n_1}{n_2}$, то $\alpha_{ПВО} = \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)$.

Задача: Планарный световод изготовлен из однородной плоской прозрачной пластины, изогнутой так, как показано на рисунке. Поверхности зоны изгиба являются половинами поверхностей цилиндров, радиусы которых удовлетворяют соотношению $\frac{R}{r} = 2$. Каким должен быть показатель преломления n вещества пластины, чтобы пучок параллельных лучей, попавший в световод после нормального падения на торец пластины (см. рисунок), целиком достигнет другого торца, покрытого поглощающим слоем?



Решение: Для реализации «полного прохождения» пучком световода необходимо, чтобы при первом падении всех лучей пучка изнутри на поверхность световода выполнялось условие полного внутреннего отражения. Ясно, что минимальный угол падения будет у луча, идущего ближе всех к оси внешней цилиндрической поверхности («самый нижний» на рисунке), и этот минимальный угол равен $\alpha = \arcsin\left(\frac{r}{R}\right) = 30°$. Этот угол должен быть больше угла полного внутреннего отражения, то есть должно выполняться требование $\frac{r}{R} < \frac{1}{n} \Rightarrow n > \frac{R}{r} = 2$. Как видно из построения, при заданном соотношении радиусов этот луч после первого отражения идет по касательной к внутреннему радиусу и падает в точку сопряжения изгиба и плоской части пластины с тем же углом падения в 30°. Значит, и в этой точке луч испытает полное внутреннее отражение. Ясно, что при следующих падениях на боковые поверхности плоской части пластины угол падения останется таким же, и этот луч дойдет до поглотителя. Лучи, идущие выше этого, будут иметь еще большие углы падения на внешнюю цилиндрическую и плоские поверхности пластины, поэтому они тоже дойдут до поглотителя. Значит, условие $n > 2$ будет не только необходимым, но и достаточным.



ОТВЕТ: при $n > 2$.

10 класс, БИЛЕТ № 03

Задание 1:

Вопрос: Найдите радиус круговой орбиты спутника, вращающегося в плоскости земного экватора и остающегося неподвижным относительно Земли. Радиус Земли примерно равен 6400 км, период ее обращения 24 часа, ускорение свободного падения на ее поверхности 10 м/с^2.

Ответ: Если спутник неподвижен относительно Земли, то он вращается по своей орбите с той же угловой скоростью, что и Земля, то есть $\omega = \frac{2\pi}{T}$. С учетом уравнения для центростремительной компоненты ускорения на орбите радиуса r, которая создается силой притяжения Земли $m\omega^2 r = \frac{GmM}{r^2} = mg\frac{R^2}{r^2}$ находим, что $r = \left(\frac{gR^2}{\omega^2}\right)^{1/3}$. С учетом связи угловой скорости и периода это выражение приводится к виду $r = \sqrt[3]{\frac{gT^2R^2}{4\pi^2}} \approx 6{,}6R \approx 42000$ км.

Задача: В зале, в котором проходят робототехнические соревнования, установлена обзорная видеокамера на вращающейся подставке. Объектив видеокамеры ориентирован горизонтально и движется по окружности радиуса $r = 1$ м с периодом $T = 1$ мин. В некоторый момент в поле зрения объектива попал робот, находящийся на расстоянии $R = 29$ м от объектива, двигавшийся (согласно видеозаписи) со скоростью $v = 1$ м/с, направленной под углом $\alpha = 60°$ к плоскости, проходящей через робота и ось вращения камеры, «вперед» по направлению вращения. С какой скоростью двигался робот относительно пола?

Решение: Скорость робота по данным видеозаписи – это его скорость относительно вращающейся системы отсчета (далее – относительная скорость), и она равна векторной разности искомой скорости робота относительно пола и «переносной» скорости этой системы отсчета в точке нахождения робота. Переносная скорость равна по величине $V_n = \omega(R + r)$ ($R + r = 30$ м – расстояние до робота от оси вращения камеры) и направлена перпендикулярно радиусу. Угловая скорость камеры $\omega = \frac{2\pi}{T}$, поэтому $V_n = \frac{2\pi(R + r)}{T} \approx 3{,}14$ м/с. Радиальная компонента скорости робота относительно пола равна $V_R = v\cos(\alpha) \approx 0{,}5$ м/с, а компонента, перпендикулярная радиусу $V_\perp = v\sin(\alpha) + V_n \approx 4{,}01$ м/с. Поэтому величина его скорости относительно пола $V = \sqrt{V_R^2 + V_\perp^2} = \sqrt{v^2 + \frac{4\pi^2(r+R)^2}{T^2} + \frac{4\pi(R+r)v\sin(\alpha)}{T}} \approx 4$ м/с.

ОТВЕТ: $V = \sqrt{v^2 + \frac{4\pi^2(r+R)^2}{T^2} + \frac{4\pi(R+r)v\sin(\alpha)}{T}} \approx 4$ м/с.

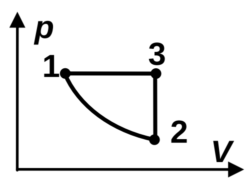
Задание 2:

Вопрос: Тепловой насос – установка, перекачивающая теплоту от более холодного тела к более горячему за счет совершения работы. Его эффективность характеризуют величиной коэффициента трансформации – отношения количества тепла, переданного более нагретому телу, к потраченной работе. Допустим, что в качестве теплового насоса, передающего теплоту от тела с температурой $t_X = -3°\text{C}$ к телу с температурой $t_H = 27°\text{C}$, используется установка, работающая по циклу Карно. Чему равен ее коэффициент трансформации?

Ответ: В этом случае цикл Карно происходит в «обратном» направлении по сравнению с тепловой машиной, и поэтому работа и количества теплоты изменяют знак. Работа над рабочим телом теплового насоса по величине равна работе рабочего тела тепловой машины, а количество теплоты, отданное тепловым насосом более нагретому телу, равно количеству теплоты, полученному в тепловой машине от нагревателя. Таким образом, коэффициент трансформации насоса равен обратному КПД тепловой машины: $k = \frac{T_H}{T_H - T_X} = 10$, то есть 1000%.

Задача: Рабочим телом теплового насоса является постоянное количество гелия. Цикл рабочего тела состоит из изохоры, изобары и адиабаты, причем работа газа в процессе адиабатического расширения на 20% меньше работы двигателя насоса над газом в процессе изобарного сжатия. Двигатель теплового насоса потребляет от сети мощность $P_0 = 200$ Вт, а его КПД равен 80%. Вычислите мощность подачи тепла к нагреваемому телу.

Решение: Построим диаграмму цикла рабочего тела в координатах давление-объем и изучим



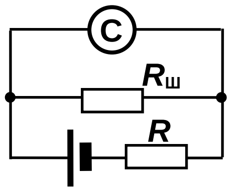
направление теплообмена в разных процессах: адиабата 1-2 – теплообмен отсутствует, изохорное нагревание 2-3 – рабочее тело получает тепло от «холодильника», изобарное сжатие 3-1 – рабочее тело передает количество теплоты Q_H нагреваемому телу. Поскольку в изохорном процессе работа не совершается, то полная работа над газом в цикле $A' = A'_{31} + A'_{12} = A'_{31} - A_{12}$. Согласно условию, $A_{12} = 0{,}8 \cdot A'_{31}$, то есть $A' = 0{,}2 \cdot A'_{31}$. С другой стороны, в изобарном процессе, согласно I Началу термодинамики $Q_H = -Q_{31} = A'_{31} - \Delta U_{31}$. При этом $-\Delta U_{31} = \frac{3}{2} p_1(V_3 - V_1)$, а $A'_{31} = p_1(V_3 - V_1)$, то есть $Q_H = A'_{31} + \frac{3}{2}A'_{31} = \frac{5}{2}A'_{31}$. Значит, коэффициент трансформации теплового насоса $k = \frac{Q_H}{A'} = \frac{2{,}5 \cdot A'_{31}}{0{,}2 \cdot A'_{31}} = 12{,}5$. Таким образом, мощность подачи тепла к нагреваемому телу в 12,5 раза больше мощности работы над рабочим телом теплового насоса, то есть $P_H = 12{,}5 \cdot P = 12{,}5 \cdot 0{,}8 \cdot P_0 = 10P_0 = 2$ кВт.

ОТВЕТ: $P_H = 10P_0 = 2$ кВт.

Задание 3:

Вопрос: К аккумулятору с ЭДС 6 В и внутренним сопротивлением 0,3 Ом подключают прибор, сопротивление которого можно регулировать в пределах от 0,1 Ом до 2 Ом. Какую максимальную мощность может потреблять прибор от аккумулятора?

Ответ: Пусть R – сопротивление прибора. Тогда вместе с изменением этого сопротивления меняется и сила тока в цепи $I = \frac{U_0}{R+r}$ (U_0 – величина ЭДС, r – внутреннее сопротивление аккумулятора). Как видно, сила тока изменяется от очень малой (при большом сопротивлении) до максимальной $I_m = \frac{U_0}{r}$ (когда сопротивление близко к нулю). Мощность потребления равна $P_T = U \cdot I$, а напряжение на приборе тоже можно выразить через силу тока: $U = U_0 - rI$. Следовательно, $P_T = I(U_0 - rI) = r \cdot I(I_m - I)$, и поэтому максимум мощности отвечает $I = \frac{I_m}{2}$, то есть $R = r$, и равен $P_{\max} = \frac{U_0^2}{4r} = 30$ Вт. Заметим, что значение 0,3 Ом принадлежит диапазону возможных сопротивлений прибора.



Задача: Для питания электронного прибора С необходимо подавать на его вход напряжение $5\,\text{В} \le U \le 6\,\text{В}$. В ходе работы прибора его ток потребления может меняться в пределах от 30 мА до 50 мА. У нас есть аккумулятор с ЭДС $U_0 = 9\,\text{В}$ и набор сопротивлений. В предложенной схеме питания прибора (см. рисунок) резистор в ветви с источником имеет сопротивление $R = 58\,\text{Ом}$. Каким должно быть сопротивление шунтирующего резистора $R_ш$, чтобы прибор всегда работал в нормальном режиме? Внутреннее сопротивление аккумулятора заметно меньше 1 Ом.

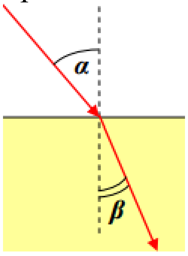
Решение: Как видно из условия, сопротивление прибора $\tilde{R}$ может изменяться в пределах от $R_{\min} = \frac{U_{\min}}{I_{\max}} = 100$ Ом до $R_{\max} = \frac{U_{\max}}{I_{\min}} = 200\,\text{Ом}$. С другой стороны, при заданном значении этого сопротивления напряжение на приборе (который соединен параллельно с шунтирующим резистором) равно $U = \frac{R_ш \tilde{R}/(R_ш + \tilde{R})}{R + R_ш \tilde{R}/(R_ш + \tilde{R})} U_0 = \frac{R_ш \tilde{R}}{R_ш \tilde{R} + R(R_ш + \tilde{R})} U_0$. Для нормальной работы прибора необходимо, чтобы при любом допустимом значении его сопротивления выполнялось требование $U_{\min} \le U \le U_{\max}$. С учетом полученной формулы для напряжения, это требование может быть переписано в виде $U_{\min} \le \frac{U_0}{1 + R/\tilde{R} + R/R_ш} \le U_{\max}$. Левая часть неравенства приводит к требованию $\frac{R}{R_ш} \le \frac{U_0}{U_{\min}} - 1 - \frac{R}{\tilde{R}}$. Оно становится наиболее жестким при $R = R_{\min}$, и поэтому $R_ш \ge \frac{U_{\min}}{U_0 - U_{\min} - RI_{\max}} R \approx 264\,\text{Ом}$. Правая часть неравенства приводит к требованию $\frac{R}{R_ш} \ge \frac{U_0}{U_{\max}} - 1 - \frac{R}{\tilde{R}}$, которое в наиболее жестком случае $R = R_{\max}$ дает $R_ш \le \frac{U_{\max}}{U_0 - U_{\max} - RI_{\min}} R \approx 276\,\text{Ом}$.

ОТВЕТ: допустимые значения сопротивления шунтирующего резистора $\frac{U_{\min}}{U_0 - U_{\min} - RI_{\max}} R \le R_ш \le \frac{U_{\max}}{U_0 - U_{\max} - RI_{\min}} R$, или примерно $264\,\text{Ом} \le R_ш \le 276\,\text{Ом}$.

Задание 4:

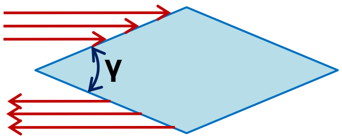
Вопрос: Сформулируйте закон преломления световых лучей.

Ответ: При переходе световых лучей через границу раздела сред с различными показателями преломления происходит их преломление. При этом луч падающий, луч преломленный и

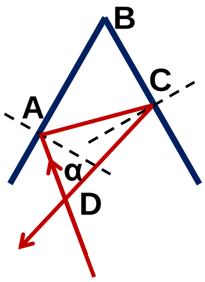


нормаль к преломляющей поверхности в точке падения лежат в одной плоскости, а угол падения α (угол между падающим лучом и нормалью) и угол преломления β (угол между нормалью и преломленным лучом) связаны соотношением Снелла: $\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}$. Здесь n_1 и n_2 – показатели преломления сред падения и преломления, а n_{21} – их относительный показатель преломления.

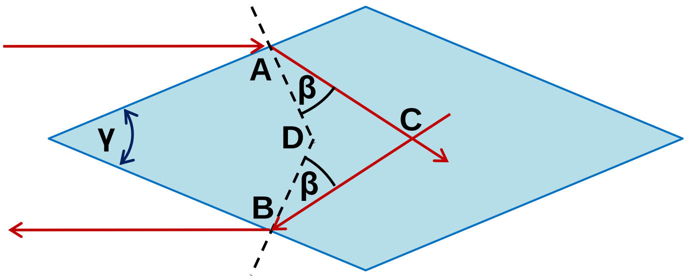
Задача: На боковую поверхность призмы, сечение которой – ромб с меньшим углом $\gamma = 50°$, вдоль большей диагонали падает параллельный пучок световых лучей (см. рисунок). После прохождения призмы лучи, выходящие через грань, смежную с гранью падения, развернулись ровно на 180°. Найдите показатель преломления вещества призмы.



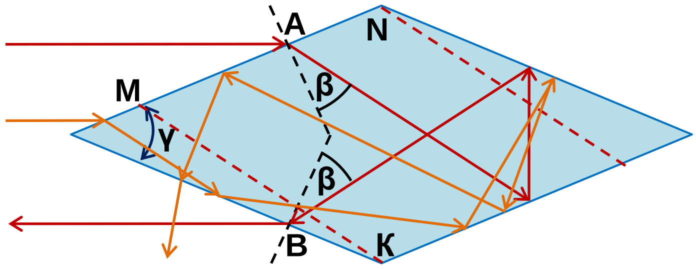
Решение: Начнем с доказательства вспомогательного утверждения. Рассмотрим луч, падающий



на зеркало в виде двугранного угла с углом раствора γ. Пусть луч поочередно отражается от двух граней зеркала и выходит из него. Каков в этом случае будет угол между падающим и отраженным от зеркала лучом? Пусть угол падения равен α. Тогда угол A в треугольнике ABC равен $90° - \alpha$. Следовательно, угол C в этом же треугольнике равен $180° - (90° - \alpha) - \gamma = 90° + \alpha - \gamma$, и угол падения на вторую грань зеркала в точке C $\gamma - \alpha$. Теперь заметим, что в треугольнике ACD угол A равен 2α, а угол C равен $2\gamma - 2\alpha$. Таким образом, угол D в этом треугольнике равен $180° - 2\gamma$, и угол между падающим и отраженным от зеркала лучом равен 2γ, независимо от величины α! Теперь изучим ход лучей внутри призмы. Угол падения на грань призмы лучей



пучка равен $90° - \gamma/2$, а угол преломления определяется соотношением $\sin(\beta) = \frac{1}{n}\sin(90° - \gamma/2) = \frac{1}{n}\cos(\gamma/2)$. С другой стороны, точно таким же должен быть угол падения луча на смежную грань перед выходом, чтобы вышедший луч шел точно в обратном направлении. Как мы знаем из вспомогательного утверждения, угол C в четырехугольнике ACBD равен $180° - 2\gamma$, а также ясно, что угол D в этом четырехугольнике равен $180° - \gamma$ (пунктиром показаны перпендикуляры к граням призмы в точках A и B), в то время как два оставшихся угла равны β. Так как сумма углов четырехугольника равна 360°, то $\beta = \gamma/2$. Следовательно, необходимым условием возможности описанного свойства лучей является уравнение $\sin(\gamma/2) = \frac{1}{n}\cos(\gamma/2)$, из которого следует, что $n = \mathrm{ctg}(\gamma/2) = \mathrm{ctg}(25°)$. Проверим, является ли это условие достаточным. Теперь мы знаем, что $\beta = 25°$, и можем произвести построение хода лучей в призме. Как



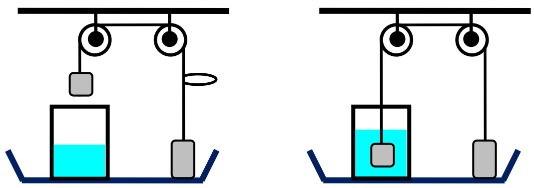
видно, лучи, падающие выше точки M, действительно испытывают отражение от двух сторон двугранного угла, прежде чем выйти через обозначенную грань. Но могут быть лучи, идущие ниже этой точки. Такие лучи сразу попадают на смежную грань, но не выходят из нее, так как испытывают полное внутреннее отражение при полученном коэффициенте преломления. Далее их путь до нужной грани проходит через еще 4 отражения, и они падают на нее под «неподходящим» углом – если ширина пучка такова, что в нем есть лучи, падающие ниже точки M, то условие задачи не выполняется, и есть лучи, выходящие из смежной грани с углом поворота, отличным от 180°. Значит, требование $n = \mathrm{ctg}(\gamma/2) = \mathrm{ctg}(25°)$ является необходимым, но не достаточным – для выполнения требований условия нужно, чтобы все точки падения лучей пучка принадлежали отрезку NM.

ОТВЕТ: $n = \mathrm{ctg}(\gamma/2) = \mathrm{ctg}(25°) \approx 2{,}1$; условие задачи корректно, если все точки падения лучей пучка принадлежат отрезку NM (луч KM образует угол 15° с ближайшей гранью призмы). Ответ в виде числа не является обязательным.

7, 8 и 9 классы, БИЛЕТ № 06

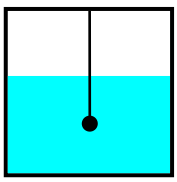
Задание 1:

Вопрос: На чаше весов расположен сосуд с водой и гиря массой 1 кг, к которой с помощью легкой нерастяжимой нити, перекинутой через два идеальных блока, подвешена еще одна гиря – массой 400 г. Нить укорочена с помощью завязанной петли, так что меньшая гиря висит над поверхностью воды. Петлю развязали, и аккуратно отпустили высвободившуюся нить. Теперь меньшая гиря полностью погрузилась в воду, но не касается дна сосуда (см. рисунки). Как и на сколько изменились показания весов во втором случае по сравнению с первым? Плотность материала гирь в 8 раз больше плотности воды.



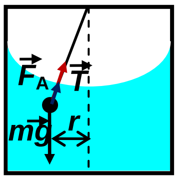
Ответ: Пока меньшая гиря (массой m) находится над поверхностью воды, ее вес растягивает нить, и сила натяжения нити равна $T_1 = mg$. Тогда сила, с которой большая гиря (массой M) давит на шашку весов, равна $N_1 = Mg - T_1 = (M-m)g$. Показания весов соответствуют сумме этой силы и веса сосуда с водой. После опускания меньшей гири в воду на эту гирю действует сила Архимеда $F_A = \rho_B Vg = \dfrac{\rho_B}{\rho_\Gamma} mg = \dfrac{mg}{8}$. Поэтому сила натяжения нити уменьшается на эту величину $T_2 = \dfrac{7}{8} mg$, а сила давления большей гири на чашку весов – увеличивается на нее же: $N_2 = Mg - T_2 = (M-m)g + \dfrac{mg}{8}$. Кроме того, со стороны гири на воду в сосуде действует сила, равная по величине силе Архимеда и направленная вниз, и вода передает действие этой силы на дно сосуда. Массы воды и сосуда не изменяются, поэтому общая сила, действующая на чашку весов, увеличивается на $2F_A = \dfrac{mg}{4}$. Таким образом, показания весов увеличились на 100 г.

Задача: Цилиндрический сосуд радиуса $R = 64$ см с гладкими стенками на 60% заполнен водой. По оси сосуда к его крышке на легкой нерастяжимой нити подвешен небольшой груз. Сосуд аккуратно раскручивают вокруг его оси, добиваясь установившегося движения, при котором груз и вода вращаются с одинаковой угловой скоростью. При $\omega_0 = 2\,\text{с}^{-1}$ сила натяжения нити оказалась равна $T_0 = 6$ Н. Какой станет сила натяжения нити при $\omega_1 = 4\,\text{с}^{-1}$ и $\omega_2 = 6\,\text{с}^{-1}$?



Длина нити $L = 80$ см, груз при любой из частот целиком находится под водой, а вода не достигает крышки сосуда. Ускорение свободного падения считать равным $g \approx 9{,}8$ м/с^2.

Решение: При установившемся вращении сосуда с водой на груз, вращающийся по окружности радиуса r, действуют сила тяжести, сила Архимеда и сила натяжения нити. По вертикали груз не движется, и проекции сил на вертикаль уравновешивают друг друга, то есть $mg = T\cos(\alpha) + F_{A||}$ (здесь α – угол наклона нити к вертикали, $F_{A||}$ – вертикальная компонента силы Архимеда). Уравнение для центростремительной компоненты ускорения груза $m\omega^2 r = T\sin(\alpha) + F_{A\perp}$. Для вычисления компонент силы Архимеда заметим, что окружающая груз



вода «не знает» что находится в объеме, занятом грузом с плотностью ρ, и, если мысленно поставить на место груза такой же объем воды с плотностью ρ_0 (разумеется, без всякой нити) с массой $\Delta m = \dfrac{\rho_0}{\rho} m$, то такая же в точности сила Архимеда уравновешивала бы для него силу тяжести и создавала центростремительное ускорение. Значит, $F_{A||} = \Delta mg = \dfrac{\rho_0}{\rho} mg$ и $F_{A\perp} = \Delta m\omega^2 r = \dfrac{\rho_0}{\rho} m\omega^2 r$. Подставляя эти выражения в уравнения для груза, находим: $T\cos(\alpha) = mg\left(1 - \dfrac{\rho_0}{\rho}\right)$, $T\sin(\alpha) = m\omega^2 r\left(1 - \dfrac{\rho_0}{\rho}\right)$. Так как $r = L\sin(\alpha)$, то сила натяжения нити определяется формулой $T = m\omega^2 L\left(1 - \dfrac{\rho_0}{\rho}\right)$, а угол отклонения нити – уравнением $\cos(\alpha) = \dfrac{g}{\omega^2 L}$. Отметим, что из полученных формул следует, что сила Архимеда направлена так же, как и сила натяжения – вдоль нити. Однако полученная для силы натяжения нити формула справедлива не для любого значения угловой скорости. В самом деле, ненулевые значения угла отклонения получаются только при $\omega > \sqrt{\dfrac{g}{L}} = 3{,}5$ с$^{-1}$, а при меньших ω угол $\alpha = 0$ и $T = mg\left(1 - \dfrac{\rho_0}{\rho}\right)$. Как видно, значение $\omega_0 = 2\,\text{с}^{-1} < 3{,}5\,\text{с}^{-1}$, так что $mg\left(1 - \dfrac{\rho_0}{\rho}\right) = T_0$. С другой стороны, требование отсутствия опоры шарика на стенку $r = L\sin(\alpha) < R$ приводит к ограничению $\cos(\alpha) = \dfrac{g}{\omega^2 L} > \dfrac{\sqrt{L^2 - R^2}}{L} \Rightarrow \omega < \sqrt{\dfrac{g}{\sqrt{L^2 - R^2}}} \approx 4{,}52$ с$^{-1}$. Как видно, величина $\omega_1 = 4\,\text{с}^{-1}$ удовлетворяет этому ограничению, и поэтому $T_1 = \dfrac{\omega_1^2 L}{g} T_0 \approx 7{,}8$ Н. Величина $\omega_2 = 6\,\text{с}^{-1}$ не удовлетворяет этому ограничению, и поэтому при такой угловой скорости вращения шарик упирается в гладкую стенку сосуда. Ясно, что при этом $\sin(\alpha) = \dfrac{R}{L} = \dfrac{4}{5} \Rightarrow \cos(\alpha) = \dfrac{\sqrt{L^2 - R^2}}{L} = \dfrac{3}{5}$, и сила натяжения нити $T_2 = \dfrac{T_0}{\cos(\alpha)} = \dfrac{5}{3} T_0 = 10$ Н.

ОТВЕТ: $T_1 = \dfrac{\omega_1^2 L}{g} T_0 \approx 7{,}8$ Н, $T_2 = \dfrac{L}{\sqrt{L^2 - R^2}} T_0 = 10$ Н.

Задание 2:

Вопрос: Человек, стоящий у горизонтальной ленты транспортера, запускает шайбу массой 100 г скользить по ленте против ее движения. За время, прошедшее до прекращения относительного движения шайбы и ленты, лента сместилась относительно человека на 1,5 м, а шайба – на 30 см в ту же сторону, что и лента. Какое количество теплоты выделилось из-за трения шайбы о ленту? Коэффициент трения между ними 0,5, ускорение свободного падения считать равным 10 м/с^2.

Ответ: Выделившееся количество теплоты равно модулю работы силы трения, равной $\mu mg \approx 0{,}5$ Н. Путь, пройденный шайбой по ленте $s = 1{,}5\,\text{м} - 0{,}3\,\text{м} = 1{,}2\,\text{м}$, и поэтому $Q = \mu mgs \approx 0{,}6$ Дж.

Задача: Длинная стальная плита массой $M = 600$ кг катится с постоянной скоростью $V = 0{,}6$ м/с по горизонтальному участку транспортера, состоящего из множества роликов с радиусом $r = 5$ см, расположенных перпендикулярно направлению движения плиты на небольшом расстоянии друг от друга, и вращающихся с угловой скоростью $\omega = 16\,\text{с}^{-1}$. Движение плиты поддерживается за счет трения между роликами и плитой. Пренебрегая всеми потерями, кроме выделения тепла при трении, найдите КПД транспортера (отношение мощности, идущей на перемещение плиты, к мощности, которая расходуется на поддержание вращения роликов, контактирующих с плитой). Чему равна мощность тепловых потерь, если коэффициент трения между роликами и плитой $\mu = 0{,}8$? Ускорение свободного падения считать равным $g \approx 10$ м/с^2.

Решение: Скорость движения точек поверхностей роликов $v = \omega r = 0{,}8$ м/с больше скорости движения катящейся по ним плиты. Это означает, что существует проскальзывание, и сила трения между роликами и плитой – это сила трения скольжения, равная $F_{тр} = \mu Mg$. Мощность работы этой силы над плитой – полезная мощность транспортера $P_п = F_{тр} \cdot V$. Затрачиваемая мощность при постоянной угловой скорости вращения роликов равна мощности, соответствующей работе такой же по величине силы трения над роликами, соприкасающимися с плитой, то есть $P_З = F_{тр} \cdot v$. Следовательно, КПД транспортера $\eta = \dfrac{P_п}{P_З} = \dfrac{V}{\omega r} = 75\%$. Мощность тепловых потерь из-за проскальзывания плиты по роликам $P_T = P_З - P_п = (\omega r - V)\mu Mg = 960$ Вт.

ОТВЕТ: $\eta = \dfrac{V}{\omega r} = 75\%$, $P_T = (\omega r - V)\mu Mg = 960$ Вт.

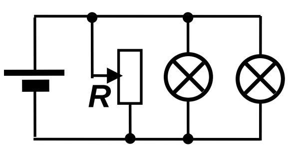
Задание 3:

Вопрос: К аккумулятору с ЭДС 12 В и внутренним сопротивлением 0,5 Ом подключают прибор, сопротивление которого можно регулировать в пределах от 1 Ом до 5 Ом. Какую максимальную мощность может потреблять прибор от аккумулятора?

Ответ: Пусть R – сопротивление прибора. Тогда вместе с изменением этого сопротивления меняется и сила тока в цепи $I = \dfrac{U_0}{R + r}$ (U_0 – величина ЭДС, r – внутреннее сопротивление аккумулятора). Мощность потребления $P = I^2 R = \dfrac{U_0^2 R}{(R + r)^2}$ при сопротивлениях, превышающих внутреннее сопротивление аккумулятора, убывает с ростом сопротивления. Поэтому максимальная мощность соответствует минимальному сопротивлению $R = 1$ Ом и равна 64 Вт.

Задача: Две одинаковые лампы с номинальной мощностью $P = 8$ Вт рассчитаны на одинаковое напряжение $U = 6$ В. Их подключили к аккумулятору с ЭДС, равным $U_0 = 9$ В и внутренним сопротивлением $r = 1$ Ом, параллельно друг другу и параллельно с реостатом. Каким должно быть сопротивление реостата, чтобы лампы работали в номинальном режиме?

Решение: Так как лампы должны работать в номинальном режиме, то напряжение на них равно



U, а сила тока через каждую лампу $I = \dfrac{P}{U}$. Сила тока через реостат, подключенный параллельно лампам, должна быть равна $I_R = \dfrac{U}{R}$, а сила тока через источник может быть записана в виде $I_0 = \frac{U_0 - U}{r}$. С другой стороны, из закона сохранения заряда (принципа непрерывности тока) следует, что $I_0 = I_R + 2I$. Из этого уравнения следует, что $\frac{U_0 - U}{r} = \frac{U}{R} + \frac{2P}{U}$, откуда $R = \frac{U^2 r}{U(U_0 - U) - 2rP} = 18$ Ом.

ОТВЕТ: $R = \frac{U^2 r}{U(U_0 - U) - 2rP} = 18$ Ом.

Задание 4:

Вопрос: Маленький шарик вращается по окружности радиусом 2 м в вертикальной плоскости, совершая полный оборот за 6 с. Найдите его среднюю путевую скорость за 10 полных оборотов.

Ответ: Согласно определению средней путевой скорости, $v_{cp} = \frac{10 \cdot 2\pi R}{10 \cdot T} = \frac{2\pi R}{T} \approx 2{,}09$ м/с.

Задача: В зале, в котором проходят робототехнические соревнования, установлена обзорная видеокамера на вращающейся подставке. Объектив видеокамеры ориентирован горизонтально и движется по окружности радиуса $r = 50$ см с периодом $T = 1$ мин. В некоторый момент в поле зрения объектива попал робот, находящийся на расстоянии $R = 19{,}5$ м от объектива, двигавшийся (согласно видеозаписи) со скоростью $v = 1$ м/с, направленной под углом $\alpha = 45°$ к плоскости, проходящей через робота и ось вращения камеры, «вперед» по направлению вращения. С какой скоростью двигался робот относительно пола?

Решение: Скорость робота по данным видеозаписи – это его скорость относительно вращающейся системы отсчета (далее – относительная скорость), и она равна векторной разности искомой скорости робота относительно пола и «переносной» скорости этой системы отсчета в точке нахождения робота. Переносная скорость равна по величине $V_n = \omega(R + r)$ ($R + r = 20$ м – расстояние до робота от оси вращения камеры) и направлена перпендикулярно радиусу. Угловая скорость камеры $\omega = \frac{2\pi}{T}$, поэтому $V_n = \frac{2\pi(R + r)}{T} \approx 2{,}09$ м/с. Радиальная компонента скорости робота относительно пола равна $V_R = \frac{v}{\sqrt{2}} \approx 0{,}71$ м/с, а компонента, перпендикулярная радиусу $V_\perp = \frac{v}{\sqrt{2}} + V_n \approx 2{,}80$ м/с. Поэтому величина его скорости относительно пола $V = \sqrt{V_R^2 + V_\perp^2} = \sqrt{v^2 + \frac{4\pi^2 (r + R)^2}{T^2} + \frac{4\pi(R + r)v\sin(\alpha)}{T}} \approx 2{,}89$ м/с.

ОТВЕТ: $V = \sqrt{v^2 + \frac{4\pi^2 (r + R)^2}{T^2} + \frac{4\pi(R + r)v\sin(\alpha)}{T}} \approx 2{,}9$ м/с.

Теперь разберем, как подводятся итоги заключительного этапа олимпиады «Робофест». Например, в 2018/19 учебном году (при «традиционном» проведении финала в очной форме) использовались следующие критерии определения победителей и призеров:

для 10-11 классов

ПОБЕДИТЕЛЬ (диплом I степени) ─ от 66 баллов включительно и выше;

ПРИЗЕР (диплом II степени) ─ от 60 баллов включительно до 65 баллов включительно;

ПРИЗЕР (диплом III степени) ─ от 53 баллов включительно до 59 баллов включительно.

для 7-9 классов

ПОБЕДИТЕЛЬ (диплом I степени) – от 71 балла включительно и выше;

ПРИЗЕР (диплом II степени) – от 60 баллов включительно до 70 баллов включительно;

ПРИЗЕР (диплом III степени) – от 52 баллов включительно до 59 баллов включительно.

Максимальная сумма баллов заключительного этапа для всех классов: 100 баллов.

Итак, всякий из участников олимпиады, умеющий учиться и имеющий достаточно мотивации для серьезной работы – начиная от отборочного этапа и до финала, может стать победителем или призером олимпиады «Робофест». Поэтому – дерзайте!

Подведением итогов олимпиады ее работа с победителями и призерами не заканчивается: Для учеников 11 класса организуются бесплатные курсы по подготовке к ЕГЭ по физике. Все годы проведения олимпиады ее победители и призеры олимпиады сдали ЕГЭ успешно, и многие из них, используя льготы по дипломам олимпиады, поступили в выбранные ВУЗы, в том числе и на физический факультет МГУ.

Желаем успеха всем участникам Фестиваля «РобоФест» и олимпиады «Робофест»!