ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «РОБОФЕСТ» ПО ФИЗИКЕ – ПУТЬ К ЛУЧШЕМУ ОБРАЗОВАНИЮ В ОБЛАСТИ ФИЗИКИ, МАТЕМАТИКИ, ТЕХНИКИ.

ВВЕДЕНИЕ: ПОЧЕМУ ИМЕННО ФИЗИКА?

Робототехника сейчас развивается все быстрее и быстрее, проникая во все сферы человеческой жизни. Промышленность и медицина, авиация и космонавтика, транспорт и добыча ископаемых, наука и повседневная жизнь – ничто не остается в стороне от этого процесса. Но и сама робототехника впитывает в себя достижения разных областей, и роботы становятся более сложными. Поэтому, чтобы работать в этой области на высоком уровне, нужны не только практические навыки, позволяющие работать с теми технологиями, которые уже есть. Чтобы участвовать в создании новых технологий, нужны знания. Какие именно знания? Человек общается с роботом на языке программ и алгоритмов, поэтому необходимо знать программирование. Построение алгоритмов подчиняется жесткой математической логике, а прогнозирование результатов своих действий робот может осуществить только на базе анализа математической модели процесса, в котором он участвует. Поэтому необходимы знания математики. И тем не менее большинство специалистов в убеждены: в первую очередь для того, чтобы стать высококлассным профессионалом в области робототехники, необходимо серьезное знание физики.

Почему именно физику мы выделяем особо? Это во многом связано с ее особой ролью в системе естественных наук. Каждая из наук изучает определенный круг явлений природы, и только физика ставит своей задачей изучение всей природы. Именно физика исследует природу целиком, во всем ее многообразии. Законы поведения элементарных частиц, из которых состоит материя и законы развития Вселенной, невероятные по масштабам космические катастрофы, в которых погибают звезды, и перемещения атомов между молекулами в химической реакции, распространение электрохимических импульсов по нервным волокнам в организме человека и электрический ток в электротехнических цепях, перемещение устройств размером меньше одного микрона (то есть меньше одной миллионной доли метра) и полеты космических зондов к другим планетам – это лишь несколько примеров процессов, изучаемых физикой с единых позиций. Более того, методы физики широко используются не только для описания природных процессов. На физическом факультете МГУ есть группы исследователей, которые изучают методы управления или моделирование процессов в реальной экономике. Таким образом, физика вырабатывает универсальную методологию изучения самых разных процессов и явлений, и поэтому использование ее опыта и методов позволяет любое исследование в любой области провести на самом высоком уровне.

Кроме того, именно физика чаще всего формирует новые возможности для новых технологий. Например, в первой половине XX века физика добилась большого прогресса в изучении микрочастиц материи – атомов, ядер и электронов. Физики открыли, что в микромире не действуют привычные нам законы «большого» мира. Более того – не действуют даже казавшиеся до того незыблемыми принципы связи причин и следствий, и поэтому мы не можем предсказать «судьбу» отдельного электрона. Электроны могут находиться в «неопределенном» месте, умеют «исчезать» в одном месте и «появляться» в другом, умеют вести себя подобно волнам и в то же время иногда оказываются похоже на практически точечные объекты. Но физика не ограничилась тем, что детально изучила эти «странности». Именно понимание поведения электронов в веществе стало основой для появления новой технологии – возникла твердотельная электроника, без которой не было бы ни современных компьютеров, ни других многочисленных электронных устройств, прочно вошедших в нашу жизнь. Ясно, что и робототехника в ее нынешнем виде тоже была бы попросту невозможна. И сейчас дальнейшее развитие физики микромира и связанных с ней технологий (микротехнологий, нанотехнологий) лежит в основе прогресса электроники. Приведем лишь несколько примеров.

Необычные квантовые свойства микрочастиц материи наиболее ярко проявляются при очень низких температурах (близких к температуре, которую физики называют «абсолютным нулем» $T_0 \approx -273°C$). Поэтому именно при таких температурах были впервые замечены квантовые свойства некоторых веществ – *сверхпроводимость* и *сверхтекучесть*. Первое – это полное исчезновение электрического сопротивления проводника. Само по себе это сулит много интересных технологических новинок, некоторые из которых уже используются. Например, сверхпроводящие линии передачи электроэнергии, в которых нет тепловых потерь. И мощные компактные электродвигатели со сверхпроводящими обмотками, и сверхпроводящие катушки – накопители энергии, и сверхпроводящие магнитные подвесы (сверхпроводники «выталкивают» из себя магнитное поле, и за счет этого умеют «зависать» над полюсами магнитов), и многое другое. Все это может быть использовано и в робототехнике. Особенно если учесть, что физикам удается создавать сверхпроводники, работающие при все более высоких температурах. Каждый шаг «вверх» по температуре сверхпроводимости все более расширяет возможности ее технологического применения. Но есть и еще одно возможное применение. Состояние носителей заряда в сверхпроводниках могут быть использованы для практической реализации *кубитов* (квантовых битов) – технологических элементов квантовых компьютеров. Кубит, являясь «ячейкой» хранения информации, имеет размеры, характерные для микромира, и при этом имеет значительную большую информационную емкость, чем традиционные ячейки памяти. К тому же законы взаимодействия и взаимосвязей кубитов сильно отличаются от «классических» , и это создает возможность для невероятного увеличения быстродействия квантовых компьютеров по сравнению с существующими сейчас. Конечно, существующие квантовые компьютеры еще не очень производительны, и требуют создания для себя специальных условий (например, погружения в жидкий гелий для поддержания очень низкой температуры), но прогресс науки в этой области значителен, и можно ожидать появления новых возможностей для робототехники, связанных с развитием квантовых технологий, уже в недалеком будущем. Ясно, что работа по реализации подобных проектов потребует от участников понимания принципов физики микромира, которая является одним из самых сложных разделов современной физики. Второе явление – сверхтекучесть – означает полное исчезновение вязкого трения в жидкости. Это дает возможность, например, создавать для механизмов узлы без трения (которые к тому же не будут «греться»).

Важным элементом робототехнических систем являются устройства передачи и обработки информации. И здесь физика сильно влияет на появление новых технологий. XXI век многие специалисты называют «веком света» - настолько часто сейчас возникают примеры эффективного использования *оптических технологий*. Оптические каналы позволяют передавать информацию значительно быстрее, значительно надежнее и с меньшим количеством ошибок. Состояния *фотонов* (квантов света) также могут быть использованы для реализации кубитов. Квантовые технологии уже сегодня используются для создания каналов передачи информации, абсолютно защищенных от внешнего копирования. Более того, оптические устройства научились использовать и для механического управления. В качестве примера можно привести оптический (лазерный) пинцет, позволяющий манипулировать микроскопическими объектами с помощью лазерного луча. С его помощью удается перемещать отдельные части живой клетки, сортировать клетки или микрочастицы в технологических структурах.

Именно на базе физики и новых физических принципов сейчас бурно развивается *микромехатроника* – наука о внешнем управлении (в том числе и компьютерном управлении) механическими устройствами микронных размеров. Иногда здесь задача ставиться шире – тогда речь идет о компьютерном управлении самыми разнообразными физическими процессами. Ясно, что для решении этой задач необходим очень хороший уровень понимания закономерностей протекания этих процессов. Насколько реально создание «микророботов» - роботов с размерами в миллионные доли метра, которые будут выполнять различные задания в медицине, научных исследованиях или в технологических процессах? Для ближайшего будущего это уже не кажется неосуществимой задачей.

Та же медицина сама по себе уже сейчас является полем интенсивного внедрения роботов и новых физических технологий. Медицинская физика является одним из самых быстроразвивающихся направлений современной физики. Медицинские роботы, использующие лазерные и акустические инструменты, уже появляются в клиниках. Ясно, что поле их применения и их возможности будут непрерывно расширяться, и что прогресс в этой области невозможен без физики.

Проникновение в микромир открыло физикам и путь к изучению и использованию объектов нанометровых размеров (нанометр – это одна миллиардная доля метра). Так появились *нанотехнологии*. Как оказалось, они могут найти свое применение во всех областях деятельности человека – от новых покрытий для тканей или для элементов машин до создания новых электронных устройств и воздействия на биологические системы.

И все это – далеко не полный перечень примеров проникновения физики в инженерию и современные технологии! Но есть еще один важный момент, о котором нельзя не упомянуть. Сегодня мир вокруг нас меняется очень быстро. Технологии меняют нашу жизнь – иногда быстрее, чем мы успеваем к этом подготовиться, они становятся сложнее и мощнее. Ключевая роль в этом прогрессе принадлежит физике. Поэтому без физических знаний человек не может стать активным участником прогресса. Но сейчас можно увидеть, как сокращается процент людей, понимающих, что на самом деле происходит в том или ином технологическом процессе или даже в тех процессах, которые мы используем в быту. Это неправильно. Это приносит в наш мир нестабильность. В обществе без знаний самые замечательные технологии могут стать опасными. Поэтому хороший уровень знания физики важен не только для специалиста – ученого или инженера. Он важен для всякого современного человека. Он важен для будущего.

Конечно, физические задачи, возникающие перед участниками робототехнических соревнований, еще пока далеки от задач современной физики. Но все начинается с первых шагов. Важно уже сейчас учиться видеть за каждым действием робота его физическое содержание. Видеть, как связаны законы физики и реальные процессы в живой природе, технике, во всем окружающем нас мире. Такой взгляд на мир – самый продуктивный. И к тому же само решение конструкторских задач перейдет на боле высокий уровень, если будет базироваться на хорошем знании законов природы. Итак, именно физика.

ФЕСТИВАЛЬ И ОЛИМПИАДА

Девиз Фестиваля «РобоФест» - «Здесь собирают будущее». Безусловно, он отвечает содержанию – без робототехники невозможно представить себе и ближайшее, и отдаленное будущее человечества, а участники Фестиваля приобретают на нем навыки и умения, которые им пригодятся в их собственном будущем. Но с появлением олимпиады «Робофест» этот девиз приобрел еще один смысл. С помощью олимпиады участники Фестиваля могут открыть себе дорогу в лучшие ВУЗы России, создав свою собственную образовательную траекторию, ведущую к будущему превращению высококлассного специалиста. Как же реализовать эту возможность? Давайте разберемся.

Олимпиада школьников «Робофест» по физике является составной частью Фестиваля, и при этом она – самостоятельное соревнование с официальным статусом: уже второй год она входит в Перечень олимпиад школьников в Российской Федерации, и практически все ВУЗы России, специализирующиеся в области физики и техники, предоставляют ее победителям и призерам льготы при поступлении. Например, физический факультет МГУ имени М.В.Ломоносова зачисляет победителей олимпиады «Робофест» без вступительных испытаний (это означает, что победителю олимпиады достаточно подать документы в приемную комиссию, сдать в личное дело оригинал аттестата и подписать согласие на зачисление). Призеры олимпиады освобождаются от участия в самом сложном из наших экзаменов – в летнем дополнительном вступительном испытании (письменном экзамене по физике), и им сразу проставляют высшую оценку 100 баллов. Но необходимо знать, что для того, чтобы воспользоваться этими льготами, необходимо еще пройти «фильтр Единого Государственного Экзамена», то есть сдать ЕГЭ по физике на оценку не ниже 75 баллов.

Отметим, что для участия в Фестивале «Робофест» не обязательно участвовать в олимпиаде «Робофест», но для участия в олимпиаде **обязательно** участвовать в Фестивале. Это обусловлено правилами проведения олимпиад школьников и структурой олимпиады. Все олимпиады из Перечня обязаны проводить отборочные этапы, и допустить до участия в финальном этапе можно только победителей и призеров отборочного этапа текущего года, а также победителей и призеров финального этапа предыдущего года (если они еще учатся в школе). Отборочный этап олимпиады проводится на региональных отборочных площадках Фестиваля. Здесь есть два обстоятельства, на которые имеет смысл особо обратить внимание. Первое состоит в том, что только участники, успешно прошедшие региональные отборы, могут участвовать в финальном этапе. Фестиваль – это командное соревнование, и в случае, если кто-то из членов команды не может приехать на общероссийский Фестиваль, то в команде его может заменить другой участник. Но олимпиада – это личное соревнование, и новый член команды, участвуя в Фестивале, тем не менее не имеет права участвовать в финальном этапе олимпиады, так как он не является призером либо победителем отборочного этапа. Второе важное обстоятельство состоит в том, что участники, являющиеся победителями или призерами финала олимпиады прошлого года, в этом году имеют право на участие в финальном этапе независимо от результатов отборочного этапа этого года. Это, естественно, означает, что они должны быть приглашены и на общероссийскую площадку Фестиваля.

Каким образом испытания олимпиады встроены в жизнь Фестиваля? Все начинается именно на региональных отборах. Участникам региональных робототехнических соревнований предлагаются задания отборочного этапа олимпиады. Все они направлены на то, чтобы обратить внимание школьников на физическую составляющую тех заданий, которые их роботы выполняют в ходе соревнований, проверить знания участников, их физическую интуицию и способность воспринимать новое. Важно понимать, что задания по физике – не просто дополнение к робототехническим заданиям. Это и вызов для участников, и крайне необходимый ориентир для их дальнейшего развития. Совершенно не случайно, что именно олимпиада по физике наиболее органично встраивается в соревнования Фестиваля: как говорилось выше, без серьезных физических знаний невозможно стать высококлассным специалистом по робототехнике.

Связь физики и робототехнических заданий реализуется по-своему на каждом из этапов олимпиады. Более того – все этапы являются для участников не только соревнованием, но и обучением.

Например, во многих заданиях отборочного этапа ярко проявляется стремление методической комиссии олимпиады (то есть сотрудников физического факультета МГУ, составлявших эти задания) проверить способность участников работать с новой информацией и учиться непосредственно в ходе соревнований. Приведем пример: разберем одно из заданий отборочного этапа олимпиады «Робофест» по физике.

ОТБОРОЧНЫЙ ЭТАП 2016/2017 уч.года, ЗАДАНИЕ 4:

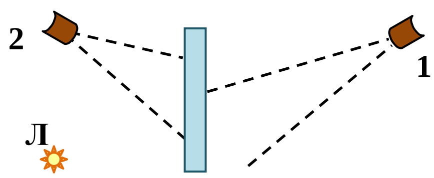
Робота можно снабдить датчиком, который может различать цвета. На самом деле световое излучение – это разновидность *электромагнитных волн*, причем разные цвета отличаются друг от друга *длиной волны* (это расстояние между двумя «гребнями» волны). В таблице приведена связь между длиной волны в нанометрах (1 нм = 10^{-9}м) и видимым цветом:

красный	оранжевый	желтый	зеленый	голубой	синий	фиолетовый
625–740 нм	590-625 нм	565-590 нм	500-565 нм	485-500 нм	440-485 нм	380-440

«Белый цвет» - это примерно равномерная смесь всех этих цветов. Например, радуга – оптическое явление, в котором солнечный цвет, преломляясь в каплях воды и отражаясь от них, разделяется на составляющие его цвета.

4.1. Если разделить поверхность диска радиусами на семь одинаковых секторов и раскрасить каждый сектор в один из цветов радуги, а затем привести диск в очень быстрое вращение (настолько, чтобы глаз совершенно не различал отдельных секторов), то что должен увидеть наблюдатель, смотрящий на диск «сверху» (при этом диск освещается тоже сверху)?

4.2. Допустим, что мы изготовили пластину из специального сорта стекла, обладающего следующими характеристиками: электромагнитное излучение с длинами волн от 300 до 420 нм это стекло почти полностью отражает, с длинами волн от 420 до 620 нм – почти полностью поглощает (поглощенная энергия идет на нагрев стекла, а потом уходит в окружающую среду в виде невидимого теплового излучения), с длинами волн от 620 до 800 нм – почти полностью пропускает. По одну сторону от такой пластины размещена лампа Л (см. рисунок), светящая почти «белым» светом, а по другую – робот 1 с датчиком цвета (регистрирует всегда один из 7 цветов радуги – по тому, в каком из диапазонов длин волн поступает большая энергия). Пунктиром показаны границы области, в которой датчик «видит» объекты. Каким – по показаниям датчика – окажется цвет пластины?



4.3. Каким будет цвет пластины по показаниям датчика, установленного на роботе 2?

4.4. Тепловое излучение также называют «*инфракрасным*» – это тоже разновидность электромагнитных волн, но с длинами волн от 740 нм до 2000 мкм (1 мкм = 10^{-6}м). Длина волны наиболее мощного излучения тела, нагретого до температуры T*, определяется из *закона смещения Вина*: $\lambda_{\max} \approx \frac{2898 \text{мкм} \cdot \text{К}}{T}$. Датчик цвета, естественно, не может определить цвет инфракрасного излучения, но в современной оптике используются преобразователи излучения, удваивающие частоту излучения (частота – величина, обратная периоду колебаний электромагнитного поля в волне; отметим, что длина волны в точности соответствует расстоянию, которое свет проходит за один период). Допустим, что на входе датчика цвета поставлено **два** таких преобразователя, и датчик определяет цвет двух нагретых тел как желтый и голубой. Чему примерно равны температуры этих тел?

*Здесь используется абсолютная температура T, измеряемая по шкале Кельвина. В этой шкале за начало отсчета принят «абсолютный ноль» - температура, при которой прекращается тепловое движение молекул. Градус этой шкалы (1 К, то есть 1 Кельвин) в точности равен градусу шкалы Цельсия. Абсолютная температура T связана с температурой по шкале Цельсия t соотношением $T \approx (273 + t°C)$ К.

Ответы и пояснения к этому заданию:

4.1. **Он должен увидеть поверхность диска почти белой.** При вращении диска от каждой точки за время реакции глаза приходят с примерно равной интенсивности излучения всех длин волн видимого света (всех цветов радуги), что соответствует белому цвету.

4.2. **Красным.** До датчика робота 1 доходит только свет лампы, прошедший через пластину, то есть с длинами волн от 620 до 800 нм, что в основном соответствует диапазону красного цвета (с небольшой примесью оранжевого).

4.3. **Фиолетовым.** До датчика робота 2 доходит только свет лампы, отраженный от пластины, то есть с длинами волн от 300 до 420 нм, то есть из видимого света – только излучение фиолетового цвета.

4.4. **Примерно 1250 К (980°С) и 1470 К (1200°С).** Так как использованы два преобразователя, то частота увеличивается в 4 раза, а период колебаний уменьшается в 4 раза. Следовательно, длина волны уменьшается в 4 раза. Значит, предмет, который датчик цвета «видит» желтым (он принимает излучение в основном с длиной волны, примерно соответствующей центру «желтого» диапазона, то есть 577,5 нм), испускал тепловое излучение с $\lambda_{\max} \approx 2310$ нм. Его температура $T_1 \approx \frac{2898 \text{мкм} \cdot \text{К}}{2310 \text{нм}} \approx 1255 \text{К}$. Аналогично для второго предмета, который датчик цвета «видит» голубым: $\lambda_{\max} \approx 4 \cdot 492{,}5 \text{нм} = 1970$ нм, и $T_2 \approx \frac{2898 \text{мкм} \cdot \text{К}}{1970 \text{нм}} \approx 1471 \text{К}$. На самом деле разброс возможных значений длин волн в указанных диапазонах порядка $\frac{12{,}5}{577{,}5} \approx 0{,}02$ и $\frac{7{,}5}{492{,}5} \approx 0{,}02$, то есть около 2%. Значит, и температуры определены примерно с такой же точностью, то есть «плюс-минус» 25 К, поэтому разумное округление ответа – с точностью до десятков Кельвин.

Принципиальная позиция физического факультета состоит в том, что каждая из наших олимпиад – не просто соревнование школьников, но и образовательное мероприятие. Важная часть этой образовательной составляющей – это связь заданий отборочного этапа с будущими заданиями финального этапа. Действительно, задания отборочного этапа уже приучают участников к определенному стилю задач и необходимому для олимпиады из Перечня уровню требований. Ведь именно задания такого уровня ожидают участников на финальном этапе. Конечно, участники из многих команд, вкладывающие немало сил и времени в создание роботов для соревнований, не всегда успевают еще и натренироваться в достаточной степени в решении олимпиадных задач. Тем не менее нужно понимать, что без серьезной подготовки по физике, математике, программированию, нельзя успешно работать в области современной робототехники. И поэтому наша олимпиада стремится вывести участников на хороший уровень знаний по физике. Она становится частью процесса обучения, которая осуществляется не обычными, то есть «нешкольными» методами. Поэтому участникам не следует настраиваться на неудачу только из-за того, что их недостаточно подготовили к решению подобных задач в школе. Нужно настраиваться на серьезную **учебу**. Как мы видели, уже на отборочном этапе участникам сообщают много новой информации, и сразу же дают «закрепляющие упражнения» на ее использование. Но учеба на этом не заканчивается, так как **между** отборочным и финальным этапами для участников олимпиады организуют бесплатные курсы дополнительной подготовки в системе дистанционного образования МГУ имени М. В. Ломоносова «Университет без границ» при поддержке программы «Робототехника: инженерно-технические кадры инновационной России». На этих курсах участники получают возможность улучшить свои знания по физике, привыкнуть к уровню требований МГУ, и таким образом улучшить свои будущие результаты на финальном этапе. Очень важно постараться получить в ходе подготовки к финальному этапу как можно больше знаний и навыков, и именно курсы МГУ – наилучший способ сделать это. Курсы завершаются выполнением тренировочного задания, ориентированного на использование и закрепление полученных знаний и навыков, причем в первую очередь – тех, которые понадобятся при выполнении финального задания. Опыт уже проведенных олимпиад показывает, что наиболее успешно на финальном этапе выступили именно те участники, которые проявили наибольшую активность во время подготовки. В этом сезоне организаторы олимпиады совместно с программой «Робототехника» планируют увеличить объем работы по подготовке участников к финалу. Таким образом, возможности для обучения в ходе олимпиады еще расширяются, и очень важно, чтобы участники олимпиады использовали эти возможности. И для физического факультета важно, чтобы отбор победителей и призеров олимпиады «Робофест» был именно отбором тех, кто наиболее мотивирован и способен к обучению.

Начиная от заданий отборочного тура, внимание участников направляется на ряд физических задач, тесно связанных с выполняемыми заданиями. Затем, на курсах подготовки к финалу, соответствующие разделы физики еще раз подробно обсуждаются. Продемонстрируем на примере материалов олимпиады 2016/2017 учебного года, как выстраиваются линии обучения в ходе олимпиады.

Тема: Сила трения и ее влияние на движение робота.

Одно из заданий робототехнических соревнований этого года требовало от собранного участником робота преодоления препятствия – горки с наклонным подъемом и наклонным спуском. Одновременно в ходе отборочного этапа олимпиады использовалось следующее упражнение:

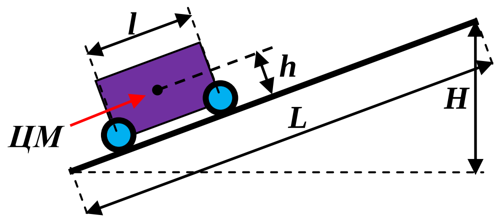
ОТБОРОЧНЫЙ ЭТАП 2016/2017 уч.года, ЗАДАНИЕ 3:

Роботу, у которого обе пары колес являются ведущими, одинаковы по размерам и снабжены одинаковыми шинами, предстоит въехать по наклонной плоскости длиной $L=1$ м на высоту $H=0{,}6$ м.

3.1. При какой минимальной величине коэффициента трения между шинами и поверхностью плоскости это возможно?

3.2. Если заблокировать колеса и смазать плоскость маслом (чтобы трение стало пренебрежимо мало), то для плавного медленного подъема по плоскости к роботу необходимо прикладывать силу $F = 15$ Н (можно считать, что эта сила соответствует весу груза массой 1,5 кг). Найти массу робота (в килограммах).

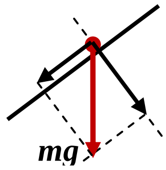
3.3. Расстояние между осями передних и задних колес робота $l = 9$ см. Пусть центр масс (ЦМ) робота находится на одинаковом расстоянии от этих осей. На какой высоте h (отсчитываемой от поверхности, на которой робот стоит всеми колесами – см. рисунок) должен находиться центр масс, чтобы робот мог въехать на наклонную плоскость? Коэффициент трения шин о плоскость $\mu = 0{,}8$ больше найденного в пункте 3.1.



3.4. Пусть двигатель робота развивает постоянную мощность P, и он начинает подниматься по наклонной плоскости с почти нулевой начальной скоростью. Сначала он движется с постоянным ускорением, но после достижения некоторой «критической» скорости его ускорение начинает уменьшаться. Объясните это поведение ускорения. Для мощности, равной 8 Вт, массы робота из пункта 3.2 и коэффициента трения из пункта 3.3 найдите величину «критической» скорости. Считать, что мощность автоматически распределяется между парами ведущих колес таким образом, что они начинают и прекращают проскальзывать всегда одновременно.

Ответы и пояснения к этому заданию:

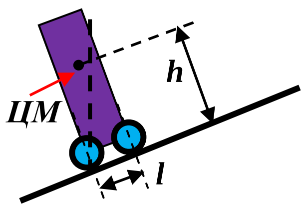
3.1. **При μ=0,75.** При $L = 1$ м и $H = 0{,}6$ м проекция длины плоскости на горизонталь равна $D = 0{,}8$ м (достаточно вспомнить о «египетском треугольнике»). Перпендикулярная поверхности составляющая силы тяжести, как видно из построения, равна $\frac{4}{5}mg$, и она уравновешивается силой реакции поверхности N (то есть именно она прижимает робота к поверхности).



Составляющая силы тяжести вдоль поверхности равна $\frac{3}{5}mg$, и сила отталкивания колес робота от поверхности должна быть не меньше этой силы. С другой стороны, сила отталкивания не может быть больше максимальной силы трения покоя, примерно равной силе трения скольжения $F_{mp} = \mu N$. Значит, для того, чтобы робот мог заехать на наклонную поверхность, должно выполняться неравенство $\frac{3}{5}mg \le \mu\frac{4}{5}mg \Rightarrow \mu \ge \frac{3}{4}$.

3.2. **2,5 кг.** Как ясно из предыдущего рассуждения. В отсутствие трение минимальная сила, необходимая для «затаскивания» робота вверх, равна $\frac{3}{5}mg$, поэтому $\frac{3}{5}m = 1{,}5$ кг. Отсюда находим, что масса робота $m = 2{,}5$ кг.

3.3. **Не более 6 см.** Если центр масс робота будет находиться «левее» точки опоры заднего колеса (см. рисунок), то робот не сможет подниматься по плоскости, так как опрокинется «назад». Чтобы этого не происходило, должно выполняться неравенство $\frac{h}{l/2} \le \frac{D}{H}$ (нужно рассмотреть «критический» случай, когда ЦМ находится точно над точкой опоры, и воспользоваться подобием получившихся треугольников). Следовательно, $h \le \frac{D}{2H}l = 6$ см.



3.4. **Критическая скорость 0,5 м/с.** Когда робот только начинает двигаться, его колеса обязательно проскальзывают (они уже крутятся под действием двигателя, а скорость движения робота еще почти нулевая). Поэтому сила отталкивания его от поверхности равна силе трения скольжения $F_{mp} = \mu N$, которая не зависит от скорости. Поэтому и ускорение робота от скорости не зависит (ускорение создается результирующей силой, которая направлена вдоль плоскости и равна разности силы отталкивания и $\frac{3}{5}mg$). При этом часть мощности P расходуется на выделение тепла при проскальзывании. Но, когда возрастающая скорость достигает величины, при которой $P = \mu N \cdot v$, то вся мощность идет на разгон робота, и поэтому далее проскальзывание прекращается и сила отталкивания определяется из соотношения $P = F \cdot v \Rightarrow F = \frac{P}{v}$ (то есть убывает с ростом скорости). Поэтому и ускорение начинает убывать. Как видно, критическая скорость равна $v_c = \frac{P}{\mu N} = \frac{5}{4}\frac{P}{\mu mg}$. Если подставить наши значения (как видно из условия, следует считать $g \approx 10$ м/с^2), то $v_c \approx 0{,}5$ м/с.

Как видно, в ходе выполнения этого упражнения участники должны были достаточно подробно познакомиться со свойствами силы трения. В тренировочном задании для 10 и 11 классов эта тема получает дальнейшее развитие: в него входила задача, представленная ниже.

Задание 1.

1.1. На гладкой горизонтальной поверхности лежит доска, на которой покоится небольшой брусок. Коэффициент трения между линейкой и бруском равен $\mu = 0{,}2$. Доску двигают поступательно с ускорением 3 м/с^2. С каким ускорением движется относительно поверхности брусок (его движение также поступательно, и он находится на линейке)? Ускорение свободного падения $g \approx 10$ м/с^2. Ответ запишите в м/с^2.

Подсказка 1: ускорение бруску сообщает сила трения.

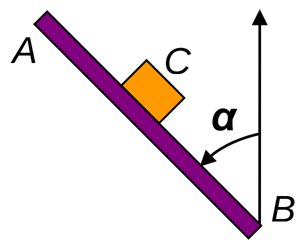
Подсказка 2: максимальная величина ускорения бруска, при которой он уже проскальзывает по доске, $a_{\max} = \mu g \approx 2$ м/с^2.

Решение:

Ускорение бруску сообщает сила трения, которая не может превышать $F_{\max} = \mu mg$. Следовательно, максимальная величина ускорения бруска, при которой он уже проскальзывает по доске, $a_{\max} = \mu g \approx 2$ м/с^2. Значит, при заданном ускорении доски брусок не может двигаться вместе с доской, и он проскальзывает по доске. Его ускорение как раз и равно максимальному.

ОТВЕТ: 2.

1.2. На горизонтальном столе лежат длинная линейка AB и прямоугольный ластик C. Ластик касается линейки одной из своих боковых граней (см. рисунок). Линейку переместили на расстояние $S = 20$ см, двигая ее равномерно и поступательно, так что ластик двигался перед линейкой, не отрываясь от нее. Угол между линейкой и направлением ее перемещения составляет $\alpha = 45°$. Найдите величину перемещения ластика относительно стола за то же время. Коэффициент трения ластика о линейку равен $\mu = \frac{1}{2\sqrt{2}}$. Ответ запишите в сантиметрах.



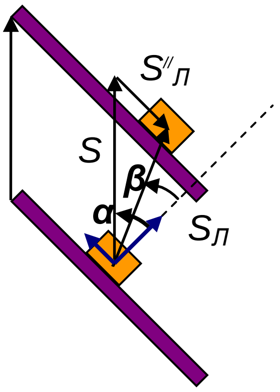
Подсказка 1: поскольку $\mu = \frac{1}{2\sqrt{2}} < 1 = tg\alpha$, то ластик не может перемещаться без проскальзывания по линейке.

Подсказка 2: сила трения будет иметь величину $|\vec{F}_{mp}| = \mu N$, и результирующая сила реакции линейки $\vec{F} = \vec{N} + \vec{F}_{mp}$ будет составлять с нормалью к линейке угол $\beta = arctg(\mu)$.

Подсказка 3: для треугольника, образованного вектором перемещения линейки, вектором перемещения ластика относительно стола и вектором смещения ластика относительно линейки, можно использовать теорему синусов.

Решение:

Поскольку $\mu = \dfrac{1}{2\sqrt{2}} < 1 = tg\alpha$, то ластик не может перемещаться без проскальзывания по линейке (результирующая сила реакции линейки $\vec{F} = \vec{N} + \vec{F}_{mp}$ должна быть направлена по перемещению, то есть – в отсутствие проскальзывания – под углом α к нормали к линейке). Значит, сила трения будет иметь величину $|\vec{F}_{mp}| = \mu N$, и $\vec{F}$ будет составлять с нормалью угол $\beta = arctg(\mu)$. Значит, ластик будет перемещаться в направлении, составляющем угол $\alpha - \beta$ с направлением перемещения линейки. Таким образом, в треугольнике, образованном вектором перемещения линейки $\vec{S}$, вектором перемещения ластика относительно стола $\vec{S}_Л$ и



вектором смещения ластика относительно линейки $\vec{S}'_Л$, угол напротив стороны $S_Л$ равен $\dfrac{\pi}{2} - \alpha$, а напротив S: $\pi - \left(\dfrac{\pi}{2} - \alpha\right) - (\alpha - \beta) = \dfrac{\pi}{2} + \beta$, и по теореме синусов

$$S_Л = \frac{\sin\left(\dfrac{\pi}{2} - \alpha\right)}{\sin\left(\dfrac{\pi}{2} + \beta\right)} S = \frac{\cos(\alpha)}{\cos(\beta)} S = S\cos(\alpha)\sqrt{1+\mu^2} = 15\text{см}.$$

ОТВЕТ: 15.

Как видно, в ходе выполнения задания (напоминаем, что оно решалось участником в режиме on-line) можно было воспользоваться несколькими «подсказками», после каждой из которых участнику давалась еще одна попытка, и только в самом конце (после получения правильного ответа или после использования всех подсказок и попыток) участник получал возможность узнать авторское решение.

Наконец, изучение темы «сила трения» завершалась в финальном задании олимпиады. Приведем пример задачи 1 одного из билетов:

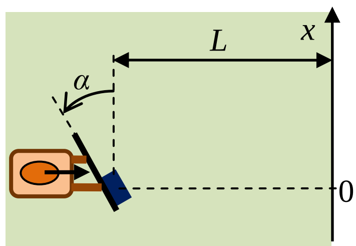
ФИНАЛЬНЫЙ ЭТАП 2016/2017 уч.года, БИЛЕТ № 01 (10-11 классы)

Задание 1:

Вопрос: На горизонтальной поверхности лежит доска, на которой покоится небольшой брусок массы $m = 250$г. Коэффициент трения между доской и бруском равен $\mu = 0{,}4$. Доску быстро сместили вдоль нее самой по поверхности на расстояние $S = 1$м. При этом брусок сдвинулся относительно поверхности на расстояние $s = 50$см. Какое количество тепла выделилось из-за трения между бруском и доской? Ускорение свободного падения $g \approx 10$ м/с^2.

Ответ: Количество тепла равно модулю работы силы трения скольжения, которая равна μmg, а относительное смещение бруска и доски равно $S - s$. Итак, $Q = \mu mg(S - s) = 0{,}5$ Дж.

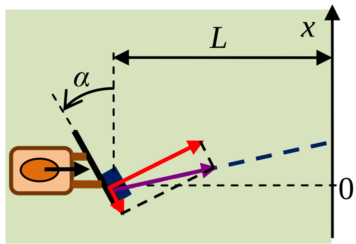
Задача: Модель бульдозера должна вытеснить за пределы поля небольшую коробку. Скорость модели направлена перпендикулярно краю поля, а ковш повернут на угол $\alpha = 30°$ относительно этого края (см. рисунок). Начальное расстояние от коробки до края поля $L = 10$м, коэффициент трения между ковшом и коробкой $\mu = 0{,}5$. Найдите координату x точки, в которой коробка пройдет край. Во сколько раз отличаются количества теплоты, выделившиеся из-за трения между ковшом и коробкой и между коробкой и полом? Коэффициент трения коробки о пол $\mu' = 0{,}1$.



Коробка движется поступательно и не отрывается от ковша. Скорость модели постоянна.

Решение: Коробка двигалась бы перпендикулярно краю поля, если бы не скользила по ковшу.

Но в этом случае также была бы направлена и равнодействующая сил трения о ковш и силы нормальной реакции ковша. Но тогда между этими силами выполнялось бы соотношение $F_{тр}=Ntg(\alpha)=\frac{N}{\sqrt{3}}$, что невозможно, ибо $F_{тр}\le\mu N=0{,}5N$. Значит, коробка скользит по ковшу. Поэтому результирующая сила $\vec{F}=\vec{N}+\vec{F}_{тр}$ направлена под углом $\beta=arctg(\mu)$ к силе $\vec{N}$, то есть под углом $\alpha-arctg(\mu)$ к перпендикуляру к краю поля. Значит, $x=L\cdot tg[\alpha-arctg(\mu)]=L\frac{tg(\alpha)-\mu}{1+\mu tg(\alpha)}\approx0{,}6$ м. Так как скорость модели постоянна, то и скорость коробки почти на всем пути постоянна, и поэтому сила $\vec{F}$ равна по величине силе трения коробки о пол $\vec{F}'_{тр}$. Тогда $F_{тр}=\sin[arctg(\mu)]F=\frac{\mu}{\sqrt{1+\mu^2}}F'_{тр}$, и соотношение количеств теплоты, выделившиеся из-за трения между ковшом и коробкой и между коробкой и полом $\frac{Q}{Q'}=\frac{\mu}{\sqrt{1+\mu^2}}\frac{s}{S}$, где s – величина проскальзывания коробки по ковшу, а и S – путь коробки по полу. Из геометрии находим; что $s=\frac{x}{\cos(\alpha)}=L\frac{tg(\alpha)-\mu}{\cos(\alpha)+\mu\sin(\alpha)}$, а $S=\frac{L}{\cos[\alpha-arctg(\mu)]}=L\frac{\sqrt{1+\mu^2}}{\cos(\alpha)+\mu\sin(\alpha)}$. Итак, $\frac{Q}{Q'}=\frac{\mu(tg(\alpha)-\mu)}{1+\mu^2}\approx0{,}03$.



Ответ: $x=L\frac{tg(\alpha)-\mu}{1+\mu tg(\alpha)}\approx0{,}6$ м, $\frac{Q}{Q'}=\frac{\mu(tg(\alpha)-\mu)}{1+\mu^2}\approx0{,}03$.

Как видно, на всех этапах проведения олимпиады ее задания имели похожую структуру, то есть состояли из «наводящих» вопросов и расчетных задач. В приведенном примере выделено именно то задание тренировочного варианта, которое было наиболее близким к будущему заданию теоретического тура заключительного этапа. Ясно, что выполнение подобных тренировочных заданий – лучший способ для подготовки к самому финальному испытанию. Но для того, чтобы эта подготовка была действительно эффективной, нужно усвоить все «уроки», предложенные на протяжении всей олимпиады. Проследим еще одну подобную «цепочку»:

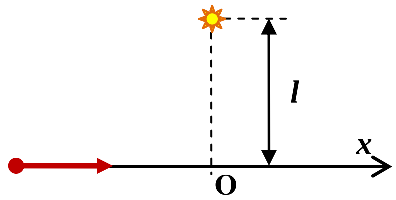
ОТБОРОЧНЫЙ ЭТАП 2016/2017 уч.года, ЗАДАНИЕ 2:

2. Робот оснащен датчиком освещенности, который измеряет световую энергию, попадающую в маленькое «входное окно» датчика. Источником света служит небольшая по размерам лампочка, испускающая свет одинаково во всех направлениях.

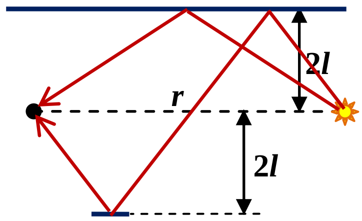
2.1. Пусть робот движется прямо на лампочку, и при этом датчик направлен на лампочку (то есть плоскость входного окна развернута перпендикулярно этому направлению). За пять секунд показания датчика увеличились в $n=6{,}76$ раза. Во сколько раз за это время уменьшилось расстояние между датчиком и лампочкой?

2.2. Робот останавливается на некотором расстоянии от лампочки и начинает вращаться на месте. При каком направлении датчика (по отношению к лампочке) показания датчика во время этого вращения максимальны? Во сколько раз уменьшится измеряемая датчиком освещенность, если он повернется на угол 60° от этого направления?

2.3. Пусть теперь робот движется по прямой, проходящей на расстоянии $l=1$м от лампочки, и датчик освещенности всегда направлен «влево» по ходу движения (см. рисунок). При прохождении точки О (ближайшей к лампочке точки прямой) датчик показывает освещенность I_0. Какой формулой описывается зависимость показаний датчика от расстояния x (измеряемого в метрах) от робота до точки О?



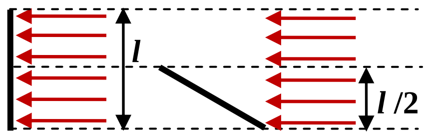
2.4. Робота и лампочку поместили на одинаковом расстоянии $2l = 2$м от плоской зеркальной стенки. Расстояние между роботом и лампочкой $r = 3$м. Входное окно датчика освещенности снабдили узкой длинной «направляющей трубой» с черными стенками. Робот вращается на месте. Когда труба направлена на лампочку, датчик показывает освещенность I_0. Во сколько раз отличаются от I_0 показания датчика в момент, когда труба направлено на изображение лампочки в зеркале? Во сколько раз эти показания будут отличаться от I_0, если поместить на расстоянии $4l = 4$м от стенки небольшое плоское зеркало так, чтобы отраженные от стенки и этого зеркала лучи света от лампочки попадали на робота, и направить трубу на это зеркало? Считать, что обе зеркальные поверхности отражают $\frac{8}{9}$ потока падающей на них световой энергии для всех углов падения.



Ответы и пояснения к этому заданию:

2.1. **В** $\sqrt{n} = 2{,}6$ **раза**. По мере удаления от лампочки площадь поверхности сферы растет пропорционально квадрату радиуса. Поэтому мощность излучения лампочки, регистрируемая на расстоянии r от нее, убывает обратно пропорционально r^2.

2.2. **Показания датчика максимальны, когда он направлен точно на лампочку. При повороте на угол 60° от этого направления показания уменьшаются в два раза.** Ясно, что максимальное количество энергии в единицу времени попадает в датчик, когда плоскость входного окна развернута перпендикулярно направлению на лампочку. Нетрудно заметить, что при повороте на угол 60° площадь участка фронта световой волны, лучи которого попадают в входное окно датчика, уменьшается именно в два раза (можно исходить из того, что катет, лежащий против угла в 30°, в два раза меньше гипотенузы, или из того, что высота в равностороннем треугольнике является медианой, или, наконец, из того, что $\cos(60°) = 0{,}5$).



2.3. **Это формула** $I(x) = I_0 \cdot \frac{l^3}{(l^2 + x^2)^{3/2}}$**.** Учитывая оба найденных эффекта (мощность убывает обратно пропорционально r^2, и изменяется при повороте от направления на лампу пропорционально косинусу угла поворота, находим, что общий закон изменения интенсивности света $I(x) = I_0 \cdot \frac{l^2}{l^2 + x^2} \cdot \frac{l}{\sqrt{l^2 + x^2}} = I_0 \cdot \frac{l^3}{(l^2 + x^2)^{3/2}}$.

2.4. I_1 **меньше** I_0 **в** $\frac{25}{8} = 3{,}125$ **раза, а** I_2 **меньше** I_0 **в** $\frac{657}{64} \approx 10{,}266$ **раза.** Теперь вместо расстояния от лампы нужно брать длину пройденного световыми лучами пути от лампы до датчика. Для лучей, испытавших одно отражение это $r_1 = \sqrt{r^2 + (4l)^2} = 5$м, а для испытавших два – это $r_2 = \sqrt{r^2 + (8l)^2} = \sqrt{73}$м. Кроме того, нужно учесть уменьшение интенсивности из-за отражений. Поэтому $I_1 = \frac{8}{9}\left(\frac{r}{r_1}\right)^2 I_0 = \frac{8}{25} I_0$, а $I_2 = \left(\frac{8}{9}\right)^2 \left(\frac{r}{r_2}\right)^2 I_0 = \frac{64}{657} I_0$.

Следует отметить, что *фотометрию* (так называют раздел физики, изучающий методы измерений потока световой энергии и законы, описывающие изменения этого потока) почти не изучают в школьном курсе физики, и поэтому многие из закономерностей, использованных в решениях и объяснениях этого задания, могут быть не известны участникам. Вместе с тем задания составлены именно так, чтобы, выполняя их шаг за шагом, участник мог сам «открыть» для себя эти закономерности. Это – то есть способность своими силами выстроить новое знание – одна из самых ценных способностей человека, и обладание этой способностью для участника означает возможность в будущем работать в области науки и высоких технологий, где она совершенно необходима. Видно, что задания отборочного этапа – это и «тест» на наличие уже развитой способности к «генерации нового», и целый ряд упражнений по ее развитию у всех участников. Изучению темы «фотометрия» было уделено достаточно много внимания и в ходе подготовки. Завершалось это изучение одним из заданий финального этапа:

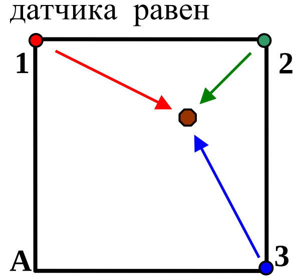
ФИНАЛЬНЫЙ ЭТАП 2016/2017 уч.года, БИЛЕТ № 05 (7-9 классы)

Задание 4:

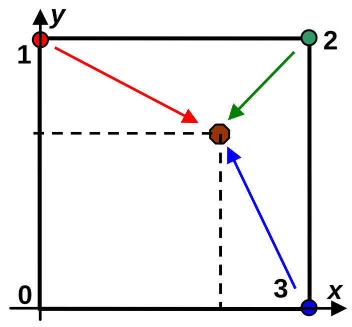
Вопрос: Фотодатчик направлен на лампочку, и при расстоянии между ним и лампочкой в 50 см ток фотодатчика равен 72 мА. При каком расстоянии между фотодатчиком и лампочкой ток фотодатчика будет равен 8 мА? Лампочка светит одинаково во всех направлениях. Ток фотодатчика пропорционален мощности света, попадающего на фотодатчик. Влиянием среды (воздуха) на излучение лампы пренебречь.

Ответ: Площадь сферы пропорциональна квадрату радиуса. Энергия излучения лампочки равномерно распределяется по окружающей ее сфере, поэтому мощность света, попадающего на фотодатчик, обратно пропорциональна квадрату расстояния до нее до фотодатчика. Следовательно, $r' = \sqrt{\frac{72}{8}} \cdot 0{,}5\,\text{м} = 1{,}5$ м.

Задача: Робот находится на площадке в форме квадрата со стороной $a = 10$ м. В трех вершинах квадрата расположены лампы разных цветов, а робот снабжен тремя фотодатчиками, настроенными на эти же цвета (см. рисунок). Датчики настроены так, что при нахождении робота на расстоянии $a = 10$ м от любой из ламп ток соответствующего датчика равен $I_0 = 8$ мА. По току трех датчиков в текущем положении программа робота определяет его положение на поле и направляет робота по кратчайшему пути в угол поля A со скоростью $v = 0{,}8$ м/с. За какое время робот достигнет A из положения, в котором токи датчиков равны $I_1 = 10$ мА, $I_2 = 40$ мА и $I_3 = 20$ мА?



Решение: Квадрат расстояния от каждой из ламп до робота обратно пропорционален току соответствующего датчика, то есть $r_1^2 = a^2 \frac{I_0}{I_1}$, $r_2^2 = a^2 \frac{I_0}{I_2}$ и $r_3^2 = a^2 \frac{I_0}{I_3}$. С другой стороны, эти квадраты расстояний можно с помощью теоремы Пифагора выразить через декартовы координаты робота относительно угла A. Если ось x направить от угла A к третьей лампочке, а ось y – к первой, совместив начало координат с углом A, то квадрат расстояния от первой лампы до робота $r_1^2 = x^2 + (a-y)^2 = x^2 + y^2 + a^2 - 2ay$. Аналогично $r_2^2 = (a-x)^2 + (a-y)^2 = x^2 + y^2 + 2a^2 - 2a(x+y)$ и также $r_3^2 = (a-x)^2 + y^2 = x^2 + y^2 + a^2 - 2ax$. Из этих уравнений выражаем:



$$\begin{cases} x = \dfrac{r_1^2 - r_2^2 + a^2}{2a} = \dfrac{a}{2}\left(1 + \dfrac{I_0}{I_1} - \dfrac{I_0}{I_2}\right) = 8\,\text{м} \\ y = \dfrac{r_3^2 - r_2^2 + a^2}{2a} = \dfrac{a}{2}\left(1 + \dfrac{I_0}{I_3} - \dfrac{I_0}{I_2}\right) = 6\,\text{м} \end{cases}.$$

Значит, робот находится от угла А на расстоянии $s = \sqrt{x^2 + y^2} = 10\,\text{м}$. Время достижения этого угла площадки $t = \dfrac{s}{v} = 12{,}5\,\text{с}$.

Ответ: за время $t = 12{,}5\,\text{с}$.

Внимательное изучение материалов заданий отчетливо демонстрирует, что они являются продолжением той «образовательной линии», которая берет свое начало от заданий отборочного этапа и проходила через задания, разбираемые на подготовительных занятиях. Предлагаем Вашему вниманию материалы заданий олимпиады «Робофест» по физике 2017/2018 учебного года.

Участники отборочного этапа участвовали в региональных робототехнических соревнованиях и выполняли задания отборочного этапа по физике. Задания робототехнических соревнований и задания по физике были тематически связаны. Все участники, независимо от класса, выполняли **одно из четырех** заданий. Критерии оценивания ответов были различны для младшей (7-9 классы) и старшей (10 и 11 классы) групп.

Максимальная сумма баллов за робототехнические соревнования: 60 баллов.

Максимальная сумма баллов за одно задание: 20 баллов.

Распределение баллов задания по вопросам варьировалась от задания к заданию, но во всех заданиях оценки за каждый из вопросов, в соответствии с уровнем сложности составляли **2 балла**, **4 балла**, **6 баллов** и **8 баллов** (сумма – **20 баллов**).

Вопрос 1 – максимальная оценка 2 балла;

Вопрос 2 – максимальная оценка 4 балла;

Вопрос 3 – максимальная оценка 4 балла;

Вопрос 4 – максимальная оценка 10 баллов.

ЗАДАНИЯ ОТБОРОЧНОГО ЭТАПА 2017/2018 учебного года ПО ФИЗИКЕ: вопросы, ответы и пояснения

Задание 1:

1. Летящий шарик ударяется о плоскую стенку. Непосредственно перед ударом скорость шарика направлена под углом 40° к нормали (перпендикуляру) к стенке (этот угол будем называть углом падения).

1.1. Предположим, что шарик до удара двигался поступательно, стенка гладкая, а удар абсолютно упругий (то есть механическая энергия при ударе сохраняется). Как будет направлена скорость шарика сразу после отражения от стенки? Как доказать, что Ваш ответ – правильный?

1.2. Как изменится угол отражения (угол между направлением скорости шарика и нормалью к стенке), если между стенкой и шариком будет трение (деформации стенки при этом остаются упругими) – увеличится или уменьшится? Может ли быть, что в этом случае шарик отразится от стенки в направлении нормали? Если это действительно возможно, то что для этого нужно? Будет ли отраженный шарик вращаться вокруг своей оси? Ответы поясняйте, применяя для объяснения законы физики.

1.3. Как изменится угол отражения, если стенка будет гладкой, но деформации стенки и шарика вдоль нормали будут неупругими (часть механической энергии в процессе «сжатия» и «расправления» тел будет переходить в тепло или внутреннюю энергию вещества) – увеличится или уменьшится? Ответ поясните.

1.4. Пусть шарик лежал неподвижно на горизонтальной поверхности на расстоянии 10 см от вертикальной стенки. Робот нанес по нему удар битой, сообщивший шарику поступательное движение со скоростью 2 м/с, направленной под углом 45° к горизонту. Вертикальная плоскость, в которой двигался шарик до удара о стенку, оказалась в точности перпендикулярной стенке. На каком расстоянии от стенки шарик упадет на горизонтальную поверхность? Стенку считать гладкой, удар шарика о стенку – упругим, сопротивлением воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с^2. Как изменится этот ответ (увеличится или уменьшится) при наличии трения между шариком и стенкой?

Ответы и пояснения:

1.1. **Под тем же углом 40° к нормали, в плоскости, проходящей через нормаль и направление скорости до удара**. Важно, чтобы участники понимали, что для полного ответа нужно не только указать величину угла отражения, но и задать плоскость. При этом для доказательства правильности ответа участниками из 10-11 классов слов «угол падения равен углу отражения» недостаточно – вопрос именно в том, как этот вывод обосновать. Проще всего заметить, что в отсутствие трения на шарик не действует никаких сил, направленных вдоль плоскости, а значит, составляющая скорости вдоль плоскости не изменяется. При этом, если удар упругий, то кинетическая энергия шарика сохраняется, и величина скорости не изменяется. Поэтому составляющая скорости вдоль нормали при ударе меняет направление на противоположное, не меняя величину. Значит, скорость шарика после отражения направлена под тем же углом к нормали в плоскости падения.

Максимальная оценка за вопрос: 2 балла.

1.2. **Угол уменьшится, и может даже стать равным нулю, если за счет трения скольжение шарика по стенке прекратится раньше, чем шарик оторвется от стенки. При этом шарик обязательно начнет вращаться.** Если трение между шариком и стенкой есть, то силы трения уменьшают составляющую скорости шарика вдоль поверхности. Так как нормальная составляющая силы, действующей на шарик со стороны стенки, ведет себя в точности как в предыдущем случае, то опять составляющая скорости вдоль нормали меняет направление на противоположное, не меняя величину. Ясно, что продольная скорость может уменьшится до нуля, если трение достаточно сильное (коэффициент трения достаточно велик), и тогда шарик отразится перпендикулярно стенке. Так как момент силы трения отличен от нуля, а момент силы нормальной реакции стенки равен нулю (нормаль к стенке в точке удара проходит через центр шарика), то суммарный момент сил не равен нулю, и шарик приобретает вращение. Учащиеся 10-11 классов могут даже выполнить расчет: если N – величина нормальной компоненты силы, то вплоть до окончания скольжения сила трения $F_{mp} = \mu N$, где μ – коэффициент трения между шариком и стенкой, то изменение импульса шарика массы m в проекции на нормаль $2mv_{\perp} = N \cdot \Delta t$ (где $v_{\perp} = v_0 \cos(\alpha)$ – неизменная величина нормальной компоненты скорости, α – угол падения, а Δt – длительность удара). За счет трения скорость центра шарика относительно поверхности уменьшается, и шарик приобретает вращение. Если к окончанию удара шарик перестает скользить, то скорость его центра в этот момент равна линейной скорости вращения, то есть уменьшение продольной скорости несколько меньше ее начального значения. Значит, если $mv_0 \sin(\alpha) \le \mu N \cdot \Delta t = 2\mu m v_0 \cos(\alpha) \Rightarrow \mu \ge \frac{\mathrm{tg}(\alpha)}{2} \approx 0{,}42$, то шарик точно отразится вдоль нормали. В действительности, точный (но не школьный!) расчет с использованием уравнения вращательного движения дает более «мягкое» ограничение: для «пограничного» случая

$$\left\{\begin{matrix} m[v_0 \sin(\alpha) - \omega r] = \mu N \cdot \Delta t \\ \frac{2}{5} m r^2 \omega = \mu N r \cdot \Delta t \end{matrix}\right\} \Rightarrow mv_0 \sin(\alpha) = \frac{7}{2}\mu N \cdot \Delta t = \frac{7\mu}{2} 2mv_0 \cos(\alpha) \Rightarrow \mu = \frac{\mathrm{tg}(\alpha)}{7} .$$

Таким образом, отражение перпендикулярно стенке произойдет, если $\mu \ge \frac{\mathrm{tg}(\alpha)}{7} \approx 0{,}12$. Если кто-то из участников сумеет произвести хотя бы оценочный расчет, то это надо отметить особо!

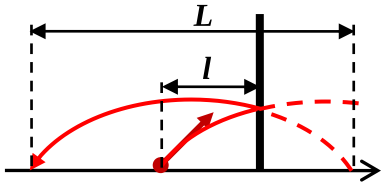
Максимальная оценка за вопрос: 8 баллов.

1.3. **Угол увеличится.** Из предыдущего рассуждения ясно, что этот угол определяется соотношением продольной и перпендикулярной (по отношению к стенке) компонент скорости после отражения. Без трения продольная составляющая останется прежней, а при неупругом ударе перпендикулярная уменьшится из-за потерь энергии. Поэтому угол увеличится.

Максимальная оценка за вопрос: 4 балла.

2.

1.4 **На расстоянии примерно 30 см от стенки; при наличии трения эта величина уменьшится.** При таком броске дальность полета $L = \frac{v_0^2}{g}\sin(2\varphi) = 40$ см. Как видно, удар о стенку произойдет на «восходящей» ветви траектории (это, как известно, парабола). После упругого отражения от гладкой стенки шарик перейдет на «симметричную» параболу, и до падения удалится от стенки на расстояние, равное расстоянию от стенки то «точки падения» на исходной параболе, то есть 40 см – 10 см = 30 см. Если



между шариком и стенкой будет трение, то после отражения вертикальная составляющая скорости (после удара направленная вверх) уменьшится или даже обратится в ноль, поэтому время, за которое шарик по вертикали опустится до уровня поверхности, уменьшится. Горизонтальная составляющая скорости после удара останется прежней (если нормальные деформации остались упругими), или уменьшится (если появилась неупругость), поэтому пройденное шариком до падения расстояние по горизонтали обязательно уменьшится.

Максимальная оценка за вопрос: 6 баллов.

Задание 2:

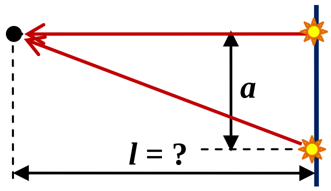
2. Робот оснащен датчиком освещенности, который измеряет световую энергию, попадающую в маленькое «входное окно» датчика. Сила тока фотодатчика прямо пропорциональна мощности поступающего в «окно» излучения.

2.1. Пусть источником света является светящаяся цилиндрическая колонна, испускающая свет равномерно по всем радиусам в горизонтальной плоскости на любой высоте. Когда робот находится у самой колонны, сила тока фотодатчика равна 6 мА (миллиампера). Когда робот отъехал на расстояние 2 м от колонны, сила тока стала равна 3 мА. Какой будет сила тока датчика, когда робот будет находиться на расстоянии 4 м от колонны?

2.2. Робот вращается на месте, и окно датчика описывает окружность радиусом 15,07 см за 12 с (окно ориентировано «наружу» по радиусу этой окружности). Центр окружности находится на расстоянии 4 м от оси колонны. Оцените длительность промежутка времени (внутри каждого периода вращения), в течении которого датчик фиксирует свет от колонны.

2.3. Найдите длительность промежутка времени (внутри каждого периода вращения), в течении которого ток фотодатчика не меньше половины от его максимального значения.

2.4. На ровной вертикальной стенке расположены две одинаковые лампочки на расстоянии $a = 3$м друг от друга. Робот снабжен двумя одинаковыми фотодатчиками. Он расположен точно напротив одной из лампочек (см. рисунок). Ток фотодатчика, который направлен на эту лампочку, равен $I_1 = 25$мА. Ток второго фотодатчика $I_2 = 16$мА. На каком расстоянии от стены находится робот?



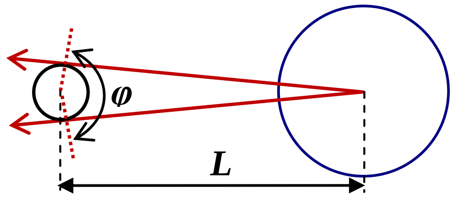
Лампочки имеют малые размеры и светят во всех направлениях одинаково.

Ответы и пояснения:

2.1. **2 мА**. По мере удаления от колонны площадь цилиндрической поверхности, по которой распределена энергия излучения растет пропорционально расстоянию от оси колонны. Поэтому мощность излучения лампочки, регистрируемая на расстоянии r от нее, убывает обратно пропорционально r. Убывание сигнала датчика в два раза при удалении на 2 м от колонны означает, что первоначальное расстояние от оси составляло как раз 2 м, так что при удалении еще на 2 метра робот окажется на расстоянии 6 м от оси колонны, и сигнал фотодатчика будет равен 6мА:3=2мА.

Максимальная оценка за вопрос: 2 балла.

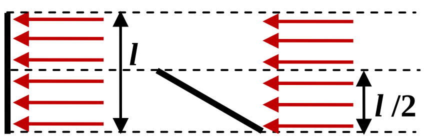
2.2. **Примерно 5,85 с (частично правильный ответ: «чуть меньше 6 с»).** Зона, из которой фотодатчик регистрирует свет от колонны, ограничена лучами, идущими от оси колонны, касательными к окружности, по которой движется окно датчика (см. рисунок). Ясно, что эта зона чуть меньше половины окружности, и длительность нужного интервала времени чуть меньше половины периода вращения (6 с). Более точная оценка может быть построена, если определить угловой размер области регистрации, равный $\varphi=\pi-2\arcsin\left(\frac{r}{L}\right)$. Значит,



длительность нужного интервала времени равна $t=\frac{\varphi}{2\pi}T\approx\left(\frac{1}{2}-\frac{r}{\pi L}\right)T\approx 5{,}85\text{с}$. Здесь учтено, что синус малого угла примерно равен самому углу в радианной мере. Ученики младших классов, не знакомые с тригонометрическими функциями, могут оценить δl – длину участков обращенной к колонне полуокружности, с которых датчик «не видит» колонну, по длине соответствующих хорд, из соображений подобия треугольников: $\frac{\delta l}{r}\approx\frac{r}{L}\Rightarrow\delta l\approx\frac{r^2}{L}$. Тогда также можно получить, что $t=\frac{\pi r-2\delta l}{2\pi}T\approx\left(\frac{1}{2}-\frac{r}{\pi L}\right)T$.

Максимальная оценка за вопрос: 6 баллов.

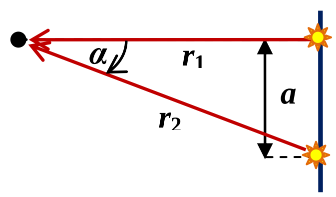
2.3. **4 секунды.** Так как размер входного окна датчика очень мал, то фронт падающей на него волны можно считать плоским. Тогда ясно, что площадь участка фронта световой волны, лучи которого попадают во входное окно датчика, уменьшается в два раза при повороте окна на угол 60˚. Здесь можно исходить из того, что катет, лежащий против угла в 30°, в два раза меньше гипотенузы, или из того, что высота



в равностороннем треугольнике является медианой, или, наконец, из того, что $\cos(60°)=0{,}5$. Дуга с угловым размером 60˚ – это шестая часть полной окружности. Два таких участка, расположенные симметрично по отношению к линии, соединяющей ось колонны с осью вращения датчика, составляют треть всей окружности. Поэтому длительность промежутка времени, в течении которого ток фотодатчика не меньше половины от его максимального значения, равна трети периода вращения, то есть 4 с.

Максимальная оценка за вопрос: 4 балла.

2.4. **4 метра.** В этом случае световая энергия, испускаемая каждой из ламп, равномерно распределяется по поверхности сферы, площадь которой растет пропорционально квадрату радиуса. Поэтому мощность поступающего в окно датчика излучения убывает обратно пропорционально квадрату радиуса. Значит, отношение токов фотодатчиков равно обратному отношению квадратов расстояний: $\frac{r_1^2}{r_2^2}=\frac{I_2}{I_1}$. Нетрудно заметить, что



$\cos(\alpha)=\frac{r_1}{r_2}=\sqrt{\frac{I_2}{I_1}}=\frac{4}{5}$. Значит, $\operatorname{tg}(\alpha)=\frac{\sqrt{1-\cos^2(\alpha)}}{\cos(\alpha)}=\frac{3}{4}$.

Поэтому $l = r_1 = a \cdot \mathrm{ctg}(\alpha) = \dfrac{4}{3}a = 4$м. Школьники младших классов должны, ориентируясь на отношение $\dfrac{r_1}{r_2} = \sqrt{\dfrac{I_2}{I_1}} = \dfrac{4}{5}$, узнать в прямоугольном треугольнике, в вершинах которого находятся робот и лампы, «египетский треугольник», что позволит им определить нужный катет.

Максимальная оценка за вопрос: 8 баллов.

Задание 3:

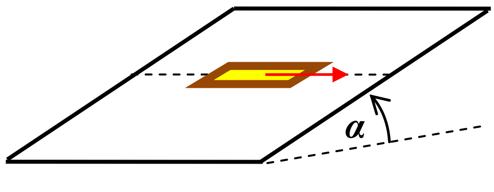
3. Робот, у которого обе пары колес являются ведущими, одинаковы по размерам и снабжены одинаковыми шинами, разгоняется по горизонтальной поверхности. При этом на робота действует, среди прочих сил, сила сопротивления воздуха. В зависимости от размеров робота, его формы и скорости, величина этой силы может быть либо пропорциональна скорости (малые размеры, обтекаемая форма, небольшие скорости), либо пропорциональна квадрату скорости (большие размеры, угловатая форма, высокие скорости). В первом случае будем говорить о движении робота «в режиме вязкого трения», во втором – о движении «в режиме лобового сопротивления». В данном задании нужно исследовать общие и различные черты этих двух режимов.

3.1. Коэффициент трения шин робота о поверхность μ не зависит от «режима» движения. Различаются ли максимально возможные ускорения двух роботов с одинаковыми μ, если один из них во всем рассматриваемом диапазоне скоростей движется «в режиме вязкого трения», а другой – «в режиме лобового сопротивления»? Ответ объяснить.

3.2. Допустим, что двух роботов из пункта 3.1 перенесли на другую («новую») поверхность, на которой для обоих коэффициент трения в два раза больше, чем на «старой». Во сколько раз у каждого из роботов возрастет максимальная скорость, достижимая при достаточно длительном разгоне?

3.3. На самом деле взаимодействие движущегося тела с воздухом не сводится к силе сопротивления. Вокруг движущегося тела создаются потоки воздуха, из-за которых может возникать направленная вверх «подъемная» сила (при этом говорят, что тело имеет *аэродинамический профиль* типа «крыло») или направленная вниз «прижимающая» сила (тело имеет *аэродинамический профиль* типа «антикрыло»). Если не возникает ни подъемной, ни прижимающей силы, то аэродинамический профиль тела называют «нейтральным». Пусть робот с нейтральным аэродинамическим профилем, вес которого равен 30 Н, разгоняется на горизонтальной поверхности до максимальной скорости 4 м/с. Размеры и форма роботы таковы, что при подобных скоростях сила сопротивления воздуха пропорциональна квадрату скорости. На робота устанавливает легкое антикрыло. Создаваемая им прижимающая сила растет пропорционально скорости, и при 4 м/с равна 25 Н. Как установка антикрыла повлияет на максимальную достижимую скорость робота – увеличит или уменьшит? Ответ объяснить. Найдите величину максимальной скорости робота на той же поверхности после установки антикрыла.

3.4. Пусть роботу из данного задания нужно проехать с постоянной скоростью вдоль горизонтальной линии на плоскости, наклоненной под углом $30°$ к горизонту. Опишите примерно, как должны быть ориентированы плоскости колес робота (считаем, что плоскости всех четырех колес параллельны)? Ответ объяснить. Куда при этом будут направлены силы трения колес о плоскость? Пусть сила сопротивления воздуха на скорости движения в $2\sqrt{3}$ раз меньше веса робота. При какой величине коэффициента трения между шинами и поверхностью такое движение возможно?



Ответы:

3.1. **Не различаются.** Ускорение робота создается разностью сил трения о поверхность и силы сопротивления воздуха. Первая максимальна при проскальзывании шин и равна силе

трения скольжения μmg. Вторая растет с ростом скорости. Поэтому максимальное ускорение достигается, когда колеса проскальзывают при почти нулевой скорости. Значит, $a_{\max} = \mu g$, и максимальная величина ускорения зависит только от коэффициента трения.
Максимальная оценка за вопрос: 2 балла.

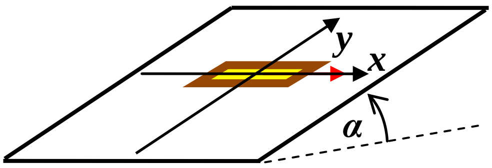
3.2. **У робота, движущегося в режиме вязкого трения – в 2 раза, у робота, движущегося в режиме лобового сопротивления – в $\sqrt{2}$ раз.** Максимальная скорость – та, при которой сила лобового сопротивления уравновешивает максимальную силу «отталкивания» робота от поверхности, то есть силу трения скольжения. Таким образом, при $\vec{F}_c = -\alpha\vec{v}$, такой режим наступает при $\mu mg = \alpha v \Rightarrow v_{\max} = \dfrac{\mu mg}{\alpha}$ (максимальная скорость увеличивается пропорционально коэффициенту трения). Аналогично при $\vec{F}_c = -\beta|\vec{v}|\vec{v}$ получаем: $\mu mg = \beta v^2 \Rightarrow v_{\max} = \sqrt{\dfrac{\mu mg}{\beta}}$ (максимальная скорость увеличивается пропорционально корню квадратному из коэффициенту трения). Отсюда получаем ответ.
Максимальная оценка за вопрос: 4 балла.

3.3. **Установка антикрыла увеличит максимальную достижимую скорость, и она станет равна 6 м/с.** После установки антикрыла за счет прижимной силы возрастет и сила трения скольжения. Максимальная скорость определяется условием $F_{mp} = \beta v^2$, и поэтому максимальная достижимая скорость возрастет. Теперь построим количественный анализ. До установки антикрыла $F_{mp} = \mu mg$, и из условия $\mu mg = \beta v_m^2$ находим, что $\beta = \dfrac{\mu mg}{v_m^2}$. По условию после установки антикрыла прижимная сила пропорциональна скорости и равна 25 Н (то есть $\dfrac{5}{6}mg$) при скорости $v_m = 4$м/с, поэтому можно записать, что при произвольной скорости прижимная сила $F_{np} = \dfrac{5v}{6v_m}mg$. Тогда сила трения $F_{mp} = \mu\left(mg + \dfrac{5v}{6v_m}mg\right) = \mu mg\left(1 + \dfrac{5v}{6v_m}\right)$, и уравнение для новой максимальной скорости $\tilde{v}_m$ имеет вид: $\mu mg\left(1 + \dfrac{5\tilde{v}_m}{6v_m}\right) = \beta\tilde{v}_m^2 = \mu mg\dfrac{\tilde{v}_m^2}{v_m^2}$. Следовательно, $\dfrac{\tilde{v}_m^2}{v_m^2} - \dfrac{5\tilde{v}_m}{6v_m} - 1 = 0$.
Положительный корень этого уравнения $\dfrac{\tilde{v}_m}{v_m} = \dfrac{3}{2} \Rightarrow \tilde{v}_m = \dfrac{3}{2}v_m = 6$м/с.

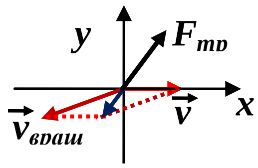
<u>Примечание</u>: участники из младших классов могут построить «грубую» оценку: сославшись на то, что за счет прижимной силы сила трения скольжения возрастает примерно в $\dfrac{55}{30} = \dfrac{11}{6}$ раз, а сила сопротивления пропорциональна квадрату скорости, они могут оценить новую скорость как $\tilde{v}_m \approx \sqrt{\dfrac{11}{6}}v_m \approx 5{,}4$м/с. За такой ответ баллы ставятся, но в меньшем количестве.
Максимальная оценка за вопрос: 6 баллов.

3.4. **Колеса должны быть ориентированы под углом к линии движения так, чтобы «опускающаяся к плоскости» часть каждого колеса была спереди и выше линии движения. При этом сила трения будет направлена против векторной суммы скорости**

робота и скорости вращения точки колеса, касающейся поверхности, и тоже «вперед и вверх» по отношению к роботу. Движение возможно, если коэффициент трения не менее 2/3. При таком движении колеса робота не могут быть выставлены параллельно линии движения – иначе у силы трения не будет составляющей, направленной «вверх» вдоль плоскости (на рисунке – вдоль оси y), и робот будет скользить вниз вдоль плоскости под



действием силы тяжести. Кроме того, у силы трения должна быть составляющая, направленная «вперед» (вдоль оси x). Ясно, что колеса



должны быть ориентированы под углом к линии движения, и поэтому они обязательно проскальзывают при таком движении. Сила трения скольжения всегда направлена против относительной скорости поверхностей, а скорость точки колеса, касающейся поверхности, есть векторная сумма скорости робота и скорости вращения этой точки вокруг оси колеса. Отметим, что вектор линейной скорости вращения $\vec{v}_{вращ}$ лежит в плоскости колеса. Как видно из построения (рисунок справа), необходимо, чтобы «опускающаяся к плоскости» часть каждого колеса была спереди и выше линии движения. При движении с постоянной скоростью x–составляющая силы трения должна уравновешивать силу сопротивления воздуха $F_{трx} = F_c = \dfrac{mg}{2\sqrt{3}}$ (по условию), а y–составляющая – компоненту силы тяжести вдоль плоскости $F_{трy} = mg\sin(\alpha)$. Значит, сила трения $F_{тр} = mg\sqrt{\sin^2(\alpha) + \dfrac{1}{12}} = \dfrac{mg}{\sqrt{3}}$.

Но она должна быть не больше $\mu mg\cos(\alpha)$. Значит, $\dfrac{mg}{\sqrt{3}} \le \mu mg\dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \mu \ge \dfrac{2}{3}$.

Максимальная оценка за вопрос: 8 баллов.

Задание 4:

4. Аккумуляторы часто характеризуют величиной «емкости» (так называют величину заряда, который перемещает аккумулятор до полной разрядки). Обычно она измеряется в миллиампер-часах (мА·ч). Другая характеристика аккумулятора – это его электродвижущая сила (ЭДС) (это отношение работы сторонних сил аккумуляторы над перемещаемым зарядом к величине заряда). ЭДС равно напряжению, которое аккумулятор создает на своих клеммах при разомкнутой цепи (когда ток через него не течет). Третья важная характеристика аккумулятора – это его внутреннее сопротивление, характеризующее потери в аккумуляторе при протекании тока. Реальный аккумулятор можно рассматривать как «идеальный» (без потерь), включенный последовательно с резистором, сопротивление которого равно внутреннему сопротивлению аккумулятора.

4.1. Рассмотрим аккумулятор с емкостью 500 мА·ч, от которого питается электродвигатель. Двигатель поднимает грузы с помощью легкого троса с постоянной скоростью 1 м/с. Сила натяжения троса, создаваемая двигателем, прямо пропорциональна силе тока в обмотке двигателя: $F = \alpha \cdot I$, где постоянная $\alpha \approx 8$ Н/А. Какую максимальную работу может совершить электродвигатель за время разрядки аккумулятора. По какой причине реальная величина работы будет ниже рассчитанной?

4.2. Электродвигатель, подключенный к аккумулятору из п.1, поднимает некоторый груз со скоростью 1,2 м/с. Как изменится скорость подъема, если использовать два таких электродвигателя (груз подвешивается на двух тросах так, чтобы нагрузка была распределена поровну), подключенных параллельно к этому аккумулятору – увеличится или уменьшится? Ответ объяснить. Рассчитайте новую величину скорости подъема для ЭДС аккумулятора, равной 12 В.

4.3. Лампа, рассчитанная на номинальное напряжение 1,5 В, в номинальном режиме потребляет мощность 3 Вт. Какой ток протекает через нить лампы в номинальном режиме? Какой должна быть величина ЭДС аккумулятора с внутренним сопротивлением 0,1 Ом, чтобы при подключении к нему лампа работала в номинальном режиме? Каким будет КПД использования энергии аккумулятора для освещения, если лампа преобразует в световую энергию 34% от потребляемой ею энергии?

4.4. Лампа накаливания не подчиняется закону Ома – при изменении приложенного напряжения ток растет, но при этом растет и равновесная температура ее нити, что приводит к увеличению сопротивления нити. Поэтому ток растет не пропорционально приложенному напряжению, а медленнее. Пусть у нас есть две одинаковых лампы и аккумулятор. ЭДС аккумулятора больше номинального напряжения ламп на 20%. Если подключать лампы к аккумуляторы по отдельности, то они горят нормальным накалом, потребляя мощность $P_0 = 4$ Вт. Как изменится суммарная потребляемая мощность, если обе лампы подключить к аккумулятору параллельно? Рассчитайте новую величину потребляемой мощности. Считать, что в изучаемом диапазоне условий ток через лампу пропорционален корню квадратному из напряжения на ней: $I \sim \sqrt{U}$.

Ответы и пояснения:

4.1. **4,4 кДж, реальная работа будет меньше в основном из-за тепловых потерь на внутреннем сопротивлении аккумулятора и сопротивлении обмотки двигателя.** При перемещении груза в течении времени t со скоростью v двигатель совершает работу $A = Fs = Fvt = \alpha v \cdot It = \alpha vQ = 14400$ Дж. Ясно, что при таком вычислении работы мы пренебрегли всеми возможными потерями: выделением тепла в проводниках с током, потери на трение движущихся частей двигателя. Обычно основным каналом потерь является выделение тепла на сопротивлении цепи обмотки (включающей и внутреннее сопротивление аккумулятора).

Максимальная оценка за вопрос: 2 балла.

4.2. **Скорость возрастет и станет равной 2,1 м/с.** Аккумулятор совершает работу по поддержанию тока в цепи обмотки двигателя, которая идет на компенсацию тепловых потерь на сопротивлении контура обмотки R и работу по подъему груза. Так как движение происходит с постоянной скоростью, то сила натяжения одного троса равна весу груза, а для двух тросов – половине веса. По условию сила натяжения пропорциональна току, поэтому суммарный ток обмоток двух двигателей такой же, как при подъеме груза одним двигателем. Значит, мощность, отдаваемая аккумулятором, останется той же, а мощность тепловых потерь на сопротивлении обмоток уменьшится (тот же ток протекает через меньшее сопротивление, равное половине от сопротивления одной обмотки). Следовательно, мощность механической работы возрастет, и вместе с ней – скорость (при той же силе). Проведем расчет. Если ЭДС аккумулятора обозначить E, то уравнение баланса в случае одного двигателя $EI = I^2R + P_{мех} = I^2R + \alpha I \cdot v$ (здесь I – сила тока в цепи обмотки). Для двух электродвигателей сила тока через обмотку каждого составит $\frac{I}{2}$, и теперь $EI = I^2\frac{R}{2} + \alpha I \cdot v'$. Исключая из этих двух уравнений слагаемое с R, найдем: $v' = \frac{v}{2} + \frac{\mathrm{E}}{\alpha} = 2{,}1$ м/с.

Максимальная оценка за вопрос: 6 баллов.

4.3. **2 А, 1,7 В, 30%.** Поскольку номинальная мощность $P_0 = U_0 I_0$, то ток в номинальном режиме $I_0 = \frac{P_0}{U_0} = 2$ А. При таком токе напряжение на внутреннем сопротивлении источника $I_0 r = 0{,}2$ В. Значит, ЭДС аккумулятора равен 1,7 В. Мощность затрат аккумулятора $P_A = \mathrm{E}I = \frac{\mathrm{E}}{U_0}P_0 = \frac{17}{15}P_0$, и поэтому искомый КПД есть $\frac{15}{17}\cdot 34\% = 30\%$.

Максимальная оценка за вопрос: 4 балла.

4.4. **Суммарная потребляемая мощность увеличится до примерно 6,1 Вт.** При подключении одной лампы в цепи течет номинальный ток I_0, и поэтому $\mathrm{E} = rI_0 + U_0$ (U_0 – номинальное напряжение). Так как различие между ЭДС и номинальным напряжением небольшое, то внутреннее сопротивление источника играет не очень большую роль в схеме, и можно сделать вывод, что ток через каждую из ламп при параллельном подключении будет не сильно меньше, чем через одну. Это означает, что суммарная потребляемая мощность должна увеличиться. Подтвердим это рассуждение расчетом. Запишем связь тока и напряжения для каждой лампы в виде $I = I_0\sqrt{\frac{U}{U_0}}$, и учтем, что напряжение на лампе равно ЭДС минус падение напряжения на внутреннем сопротивлении источника: так как ток через две лампы равен $2I$, то $I = I_0\sqrt{\frac{\mathrm{E}-2rI}{U_0}}$. Обозначим $x \equiv \frac{I}{I_0}$, и получим уравнение для этой величины: $x^2 = \frac{\mathrm{E}}{U_0} - 2\frac{rI_0}{U_0}x$. По условию $\frac{\mathrm{E}}{U_0} = 1{,}2$, а $\frac{rI_0}{U_0} = \frac{E}{U_0} - 1 = 0{,}2$. Таким образом, $x^2 + 0{,}4x - 1{,}2 = 0$. Положительный корень этого уравнения $x = \sqrt{1{,}24} - 0{,}2 \approx 0{,}91355$ (как видно, ток действительно не сильно меньше номинального). Потребляемая двумя лампами мощность $P = 2UI = 2\frac{U}{U_0}\frac{I}{I_0}P_0 = 2\left(\frac{I}{I_0}\right)^3 P_0 = 2x^3 P_0 \approx 6{,}1$Вт. Ответ считается правильным, если полученное значение лежит в интервале от 5,9 Вт до 6,2 Вт.

Максимальная оценка за вопрос: 8 баллов.

ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП ОЛИМПИАДЫ «РОБОФЕСТ»

Заключительный этап состоял из двух туров: практического и теоретического. На **практическом туре** участники олимпиады выполняли задания лично-командных робототехнических соревнований в рамках направлений **«Робокарусель»**, **«Autonet14+»** и **«FIRST FTC»** в рамках фестиваля «РобоФест». Кроме того, участники из направлений «Робокарусель» и «Autonet14+» проходили собеседование по физике с членами жюри олимпиады, а из направления «FIRST FTC» - по физике и робототехнике с экспертами Фестиваля (членами жюри олимпиады), по материалам инженерной книги. На **теоретическом туре** участники выполняли олимпиадные задания по физике. При обсуждении практического тура обратим особое внимание на собеседование с экспертами – членами жюри олимпиады «Робофест». В ходе собеседования эксперты задавали вопросы по физике. С одной стороны, это были вопросы о физике явлений, связанных с упражнениями роботехнических соревнований и с технологией конструирования и подготовки роботов, с выбором оптимальных характеристик технических узлов. С другой стороны, это были вопросы уже знакомых участникам заданий отборочного этапа, которые можно было обсуждать с ними уже на новом уровне. И этот момент тоже важен для усиления «обучающего» эффекта олимпиады. Экспертам важно было понять, какие уроки отборочного этапа были усвоены участниками, какие выводы они смогли сделать для себя.

Максимальная сумма баллов за практический тур: 50 баллов.
Распределение баллов практического тура:

Робототехнические соревнования (лично-командный зачет) – максимальная оценка 40 баллов: За все соревнования в рамках Фестиваля выставлялись технические баллы в соответствии с регламентом соревнований. Технические баллы пересчитывались в 40-балльную итоговую оценку робототехнических соревнований по линейной монотонной шкале.

Собеседование с экспертами (выставляются индивидуальные оценки) – максимальная оценка 10 баллов.

Наконец, обратимся к основному испытанию олимпиады – теоретическому туру заключительного этапа. Задачи теоретического тура – это задачи олимпиады по физике из Перечня олимпиад школьников в Российской Федерации, то есть оригинальные творческие задачи высокого уровня сложности. Именно поэтому без должной подготовки участникам очень сложно будет с ними справиться. При этом все становиться возможным, если решение задач заключительного этапа – это продолжение учебы, начатой на отборочном этапе и в системе подготовки к финалу.

Максимальная сумма баллов за теоретический тур (выставляются индивидуальные оценки): 50 баллов.

Распределение баллов теоретического тура:

Каждый из вариантов теоретического тура состоял из **четырех** заданий, содержащих **вопрос** и **задачу**. При проверке работ жюри по установленным критериям выставляло технические баллы:

Максимальная оценка за вопрос – 10 технических баллов;

Максимальная оценка за задачу – 15 технических баллов.

Максимальная оценка за работу теоретического тура – 100 технических баллов.

Технические баллы пересчитывались в 50-балльную итоговую оценку теоретического тура по линейной монотонной шкале.

Оценка участника заключительного этапа равнялась сумме баллов практического и теоретического туров.

Максимальная оценка участника заключительного этапа: 100 баллов.

ЗАДАНИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО ТУРА ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОГО ЭТАПА 2017/2018 учебного года ПО ФИЗИКЕ: условия, решения и ответы

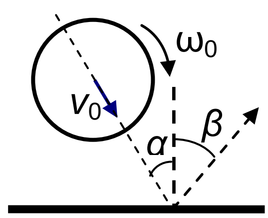
10 и 11 классы

БИЛЕТ № 02: Задания и возможные решения

Задание 1:

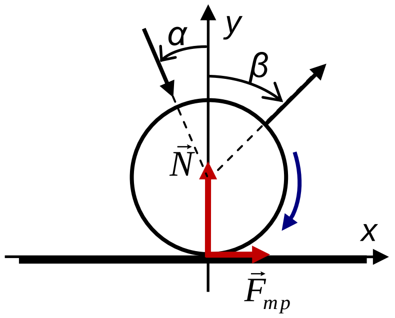
Вопрос: Цилиндрическая труба радиусом 10 см катится по ровной поверхности без проскальзывания, вращаясь с угловой скоростью 10 с$^{-1}$. С какой скоростью движется относительно поверхности ось трубы?

Задача: Отрезок тонкостенной цилиндрической трубы падает на горизонтальную поверхность под углом $\alpha = 30°$ к вертикали (см. рисунок). Перед ударом скорость оси трубы равнялась v_0. Кроме того, перед ударом труба вращалась вокруг своей оси с угловой скоростью $\omega_0 = v_0 / r$ (где r – радиус трубы). Под каким углом β к вертикали будет двигаться ось трубы после удара? Удар считать «мгновенным», а деформации поверхности – упругими (то есть при нормальном падении без вращения удар был бы упругим). Коэффициент трения между трубой и поверхностью $\mu = 0{,}25$.



Ответ на вопрос: При качении без проскальзывания скорость нижней ее точки (касающейся покоящейся поверхности) равна нулю, а она есть векторная сумма скорости оси трубы v_0 и скорости вращения трубы вокруг оси ωr. Так как эти скорости направлены в разные стороны, то $v_0 = \omega r = 1$м/с.

Решение задачи: Рассмотрим взаимодействие трубы с поверхностью. На трубу будут действовать силы нормальной реакции поверхности и сила трения скольжения (в момент касания обязательно будет проскальзывать по поверхности – скорость ее нижней точки в момент касания в проекции на ось x $v_0\sin(\alpha)-\omega_0 r=-v_0/2$).



По условию, действие силы нормальной реакции совпадает с ее действием при упругом ударе, поэтому проекция скорости оси трубы на ось y просто меняет знак, и изменение импульса трубы в проекции на ось y $mv_y-(-mv_0\cos(\alpha))=2mv_0\cos(\alpha)=N\Delta t$, где $\vec{v}$ - скорость центра масс трубы после удара, а Δt - малое время удара. Тут возможны две ситуации. Если в процессе удара силы трения не успевают остановить проскальзывание, то в течение всего времени Δt сила трения $F_{mp}=\mu N$, и изменение импульса трубы в проекции на ось x равно $mv_x-mv_0\sin(\alpha)=\mu N\Delta t=2\mu mv_0\cos(\alpha)$. Кроме того, <u>та же сила трения</u> тормозит вращательное движение кольца одновременно с торможением проскальзывания. Изменение линейной скорости вращательного движения в этом случае можно найти из соотношения $m\omega r-m\omega_0 r=-\mu N\Delta t=-2\mu mv_0\cos(\alpha)$. Из этих соотношений следует, что $v_x=v_0[\sin(\alpha)+2\mu\cos(\alpha)]=\frac{v_0}{2}\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, а $\omega r=\omega_0 r-2\mu v_0\cos(\alpha)=v_0\left(1-\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$. Проскальзывание прекращается при выравнивании линейной скорости вращения и скорости движения оси трубы: $v_x=\omega r$, и поэтому этот ответ верен, если $v_x<\omega r\Rightarrow\frac{v_0}{2}+\frac{\sqrt{3}}{4}v_0<v_0-\frac{\sqrt{3}}{4}v$, что неверно для нашего случая! Поэтому на самом деле проскальзывание прекратится раньше, чем завершится соударение (некоторые из соотношений неверны – например, теперь $mv_x-mv_0\sin(\alpha)=\mu N\Delta t'<\mu N\Delta t$, где $\Delta t'$ – время скольжения). С другой стороны, это означает, что теперь после удара проскальзывания нет, и $v_x=\omega r$. С учетом того, что $v_x=v_0\sin(\alpha)+\frac{\mu N}{m}\Delta t'$, а $\omega r=v_0-\frac{\mu N}{m}\Delta t'$, находим: : $\frac{\mu N}{m}\Delta t'=\frac{v_0}{2}(1-\sin(\alpha))$. Таким образом, $v_x=\frac{v_0}{2}(1+\sin(\alpha))$. Теперь понятно, что $tg(\beta)=\frac{v_x}{v_y}=\frac{1+\sin(\alpha)}{2\cos(\alpha)}=\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow\beta=\mathrm{arctg}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

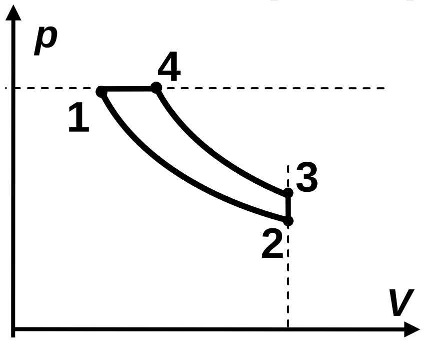
ОТВЕТ: под углом $\beta=\mathrm{arctg}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

Задание 2:

Вопрос: Холодильным коэффициентом называют отношение $k\equiv Q_X/A$, где Q_X – количество теплоты, отнятое за цикл рабочим телом у содержимого холодильника, а A – работа, совершаемая двигателем установки над рабочим телом за цикл. Чему равен холодильный коэффициент установки, которая сбрасывает в окружающую среду на 10% больше тепла, чем отнимает у содержимого холодильника?

Задача: Для охлаждения процессора используется холодильная установка, рабочее тело которой – постоянное количество гелия. Цикл гелия состоит из двух адиабат, изобары и изохоры. Известно, что в ходе изобарического сжатия температура гелия уменьшается на $\Delta t_1=20°C$, а в ходе изохорического нагревания – увеличивается на $\Delta t_2=30°C$. Какую мощность должен потреблять двигатель холодильника, если его КПД равен 75%, а для поддержания постоянной температуры от процессора нужно отводить тепло с мощностью $P_X = 270$Вт?

Ответ на вопрос: уравнение энергетического баланса $Q_H = 1{,}1 \cdot Q_X = A + Q_X \Rightarrow A = 0{,}1 Q_X$. Следовательно, $k = 10 = 1000\%$.
Решение задачи: Изобразим диаграмму процесса (см. рисунок).



Поскольку в адиабатических процессах теплообмена нет, то теплота, забранная за цикл рабочим телом у содержимого холодильника Q_X, как и теплота, отданная рабочим телом в окружающую среду Q_H, выражаются через теплоемкости гелия в изобарном и изохорном процессах: $Q_X = c_V \nu (T_3 - T_2) = \frac{3}{2} \nu R \Delta t_2$ и $Q_H = c_p \nu (T_4 - T_1) = \frac{5}{2} \nu R \Delta t_1$, где R – универсальная газовая постоянная. Из условия энергетического баланса $Q_H = Q_X + A \Rightarrow A = \frac{\nu R}{2}(5\Delta t_1 - 3\Delta t_2)$. Значит, холодильный коэффициент этой установки $k \equiv \frac{Q_X}{A} = \frac{3\Delta t_2}{5\Delta t_1 - 3\Delta t_2} = 9$. С другой стороны, за один цикл, проходящий за время τ, $Q_X = P_X \cdot \tau$, а произведенная над гелием работа $A = 0{,}75 \cdot P\tau$, где P – искомая мощность двигателя. Значит, $0{,}75 \cdot P = P_X / k$, то есть $P = \frac{4(5\Delta t_1 - 3\Delta t_2)}{9\Delta t_2} P_X = 40$ Вт.

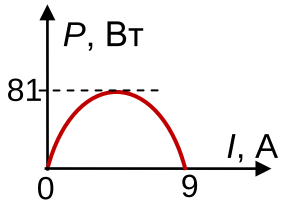
ОТВЕТ: $P = \frac{4(5\Delta t_1 - 3\Delta t_2)}{9\Delta t_2} P_X = 40$ Вт.

Задание 3:

Вопрос: Изобразите график зависимости максимальной полезной мощности электродвигателя от величины тока, потребляемого им от аккумулятора с ЭДС 36 В. Сопротивление цепи питания ротора равно 4 Ом.

Задача: Некоторые электродвигатели можно использовать в качестве генератора: при совершении работы по вращению ротора в нем создается ЭДС индукции. При достаточной величине эта ЭДС может заряжать аккумулятор, подключенный к электродвигателю. Пусть ротор электродвигателя вращается за счет натяжения троса с массивным грузом, который плавно (и почти равномерно) опускается с некоторой высоты. В этом случае аккумулятор приобретает заряд $Q_1 = 3000$мА·час. Если подключить этот генератор к двум таким же параллельно соединенным электродвигателям, и опустить тот же груз с той же высоты на двух одинаково нагруженных тросах, вращающих роторы обоих электродвигателей, то приобретаемый заряд $Q_2 = 4000$мА·час. Какой заряд приобретет аккумулятор, если аналогичным образом использовать для его зарядки четыре таких электродвигателя?

Ответ на вопрос: Мощность сторонних сил аккумулятора $P_a = \mathrm{E}I$ равна сумме полезной мощности P, мощности тепловых потерь на сопротивлении ротора $P_T = I^2 R$ и мощности прочих потерь. Если «прочих» потерь нет, то полезная мощность максимальна и равна $P = \mathrm{E}I - RI^2$. График это функции – парабола с нулями при $I = 0$ и $I = \frac{36\,\text{В}}{4\,\text{Ом}} = 9$ А с максимальным значением $P = 81$Вт при $I = 4{,}5$ А:



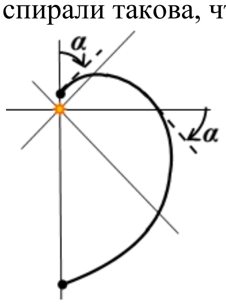
Решение задачи: Рассмотрим сначала случай одного генератора. При опускании груза, согласно условию, его потенциальная энергия переходит в работу по дозарядке источника и в джоулево тепло, выделяющееся в цепи обмотки. Работа над источником равна $A_u = \mathrm{E}Q_1$, а мощность тепловыделения $P_T = I^2R$. Поскольку груз опускается равномерно, то сила натяжения троса постоянна (она равна весу груза), и поэтому ток в обмотке ротора постоянен. Это значит, что $Q_1 \approx I \cdot t$. Таким образом, $mgH \approx \mathrm{E}Q_1 + I^2Rt = Q_1\left(\mathrm{E}+\dfrac{RQ_1}{t}\right)$. В случае с двумя генераторами они делят нагрузку поровну, то есть сила натяжения каждого троса равна половине силы натяжения для одного троса. Поскольку магнитные силы, действующие на ротор, пропорциональны току через него, то токи через генераторы в этом случае будут равны $I' = I/2$. Суммарный ток остался тем же, то есть теперь $Q_2 \approx I \cdot t'$ Значит, $mgH \approx \mathrm{E}Q_2 + 2\left(\dfrac{I}{2}\right)^2 Rt' = \mathrm{E}Q_2 + R\dfrac{I}{2}It' = Q_2\left(\mathrm{E}+\dfrac{RQ_1}{2t}\right)$. Сопоставляя два выражения, находим, что $Q_2 = \dfrac{2(\mathrm{E}t+RQ_1)}{2\mathrm{E}t+RQ_1}Q_1 = \dfrac{2(x+1)}{2x+1}Q_1$, где введено обозначение $x \equiv \dfrac{\mathrm{E}t}{RQ_1}$. Из этого соотношения выражаем $x = \dfrac{2Q_1 - Q_2}{2(Q_2 - Q_1)}$. Повторив аналогичные рассуждения для случая четырех аккумуляторов, получим $Q_4 = \dfrac{4(x+1)}{4x+1}Q_1 = \dfrac{2Q_1Q_2}{3Q_1 - Q_2} = 4800$ мА·час.

ОТВЕТ: $Q_4 = \dfrac{2Q_1Q_2}{3Q_1 - Q_2} = 4800$ мА·час.

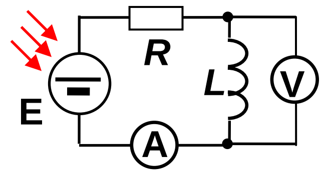
Задание 4:

Вопрос: В каком случае напряжение на катушке индуктивности равно величине ЭДС индукции в ней?

Задача: В архивах был найден отчет о прохождении роботом трассы в виде участка спирали. Форма спирали такова, что все лучи, проведенные из «центра», она пересекает под одним и тем же углом



$\alpha = 45°$. В «центре» размещена небольшая лампа, а робот снабжен датчиком с фотоэлементом, ЭДС которого пропорциональна мощности поступления световой энергии. Фотоэлемент датчика включен в цепь, показанную на схеме. Индуктивность $L = 50$ мГн мала ($L << R\,t$, где t – время движения робота), вольтметр и амперметр практически идеальны. Информация о времени была утеряна, но были данные о показаниях приборов. Обнаружилась, что значения напряжения на



вольтметре и силы тока через амперметр были пропорциональны друг другу: $U \approx I \cdot 6{,}28$ мОм. Как в ходе движения робота изменялось отношение скорости удаления робота от «центра» и расстояния до «центра»? Найдите время прохождения роботом трассы.

Ответ на вопрос: В общем случае напряжение на катушке отличается от ЭДС индукции в ней на величину напряжения на омическом сопротивлении катушки. Значит, напряжение на катушке примерно равно ЭДС индукции, если напряжение на омическом сопротивлении много меньше этой ЭДС по величине, то есть при очень малом омическом сопротивлении катушки.

Решение задачи: При малой индуктивности ЭДС индукции будет мала, и ток через катушку будет определяться ЭДС фотоэлемента. Пусть коэффициент пропорциональности между ЭДС фотоэлемента и мощностью светового потока равен α. Тогда напряжение на индуктивности

$$E_i = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}|_{\Delta t\to 0} = -\frac{L}{R}\frac{\Delta E_{ф}}{\Delta t}|_{\Delta t\to 0} = -\alpha\frac{L}{R}\frac{\Delta P_{св}}{\Delta t}|_{\Delta t\to 0}$$

Мощность светового потока убывает обратно пропорционально квадрату расстояния. Поскольку при условиях задачи ЭДС индукции можно пренебречь по сравнению с ЭДС фотоэлемента, то так же изменяется и ток в цепи: $I = I_0\frac{r_0^2}{r^2}$ (и поэтому $r = r_0\sqrt{\frac{I_0}{I}}$). Заметим, что

$$\Delta\left(\frac{1}{r^2}\right) = \frac{1}{(r+\Delta r)^2} - \frac{1}{r^2} = \frac{r^2-(r+\Delta r)^2}{r^2(r+\Delta r)^2} = -\frac{2r\Delta r+(\Delta r)^2}{r^2(r+\Delta r)^2}.$$

При малых изменениях расстояния $\Delta r << r$ получаем: $\Delta\left(\frac{1}{r^2}\right) \approx -\frac{2\Delta r}{r^3}$. Значит,

$$U = L\left|\frac{\Delta I}{\Delta t}\right| = -LI_0r_0^2\Delta\left(\frac{1}{r^2}\right)\frac{1}{\Delta t} \approx LI_0r_0^2\frac{2}{r^3}\frac{\Delta r}{\Delta t} = 2\frac{LI_0r_0^2}{r^3}v,$$

где $v \equiv \frac{\Delta r}{\Delta t}$ – скорость удаления источника и датчика. С учетом выражения для расстояния находим, что $U \approx 2\frac{LI^{3/2}}{r_0\sqrt{I_0}}v \Rightarrow v = \frac{r_0\sqrt{I_0}}{2LI^{3/2}}U$. Следовательно, отношение скорости удаления робота от «центра» и расстояния до «центра» $\frac{v}{r} = \frac{U}{2LI} \approx 6{,}28\cdot 10^{-2}$ с$^{-1}$ – эта величина остается постоянной! С другой стороны, при движении по заданной траектории отношение скорости робота вдоль радиуса v и скорости вращения ωr есть тангенс угла, под которым спираль пересекает радиальные лучи, то есть $\frac{v}{\omega r} = tg(\alpha) \Rightarrow \omega = \frac{v}{r}ctg(\alpha) = 6{,}28\cdot 10^{-2}$ с$^{-1}$. Итак, вращение робота вокруг «центра» происходит с постоянной угловой скоростью, и за время прохождения трассы он поворачивается на угол в π радиан. Значит, $t = \frac{\pi}{\omega} = \frac{2\pi LI}{U}tg(\alpha) \approx 50$ с.

ОТВЕТ: $t = \frac{2\pi LI}{U}tg(\alpha) \approx 50$ с.

7, 8 и 9 классы

БИЛЕТ № 05: Задания и возможные решения

Задание 1:

Вопрос: У небольшой обтекаемой модели автомобиля сила сопротивления воздуха пропорциональна скорости. Ее аэродинамический профиль нейтрален (то есть при движении обтекающий поток воздуха не создает ни прижимной, ни подъемной силы), а двигатель имеет регулируемую мощность. Сначала разгон происходил при малой мощности, затем ее увеличили, а потом еще раз увеличили. При первом увеличении максимальная достижимая скорость модели $v_{\max}$ возросла, а при втором – осталась без изменения. Объясните такое поведение $v_{\max}$.

Задача: Робот с нейтральным аэродинамическим профилем разгоняется из состояния покоя по прямой на горизонтальной поверхности. При этом его максимальное ускорение оказывается равным $a_{\max} = 0{,}36$ м/с^2, а максимальная скорость, достигнутая за достаточно большое время, $v_{\max} = 2$ м/с. На робота установили антикрыло. После этого максимальная скорость робота увеличилась до $\tilde{v}_{\max} = 3$ м/с. Найти максимальное ускорение робота в процессе разгона после установки антикрыла. Считать, что величина силы сопротивления воздуха пропорциональна квадрату скорости робота (он существенно больше по размерам, чем модель из предыдущего задания), а величина создаваемой антикрылом прижимающей силы – пропорциональна скорости. Мощность двигателя робота достаточно велика, чтобы колеса при $v = v_{\max}$ чуть-чуть проскальзывали.

Ответ на вопрос: Максимальная скорость достигается в тот момент, когда сила трения ведущих колес (которая как раз и разгоняет автомобиль) уравновешивается силой сопротивления воздуха: $F_{mp} = F_c = \alpha \cdot v_{\max}$. При этом сила трения не превышает $F_{mp}^{\max} = \mu N$. Таким образом, если колеса проскальзывают, то максимальная скорость не зависит от мощности двигателя: $v_{\max} = \dfrac{\mu N}{\alpha}$ (при нейтральном профиле сила N не зависит от скорости). В этом режиме часть мощности двигателя идет на компенсацию тепловых потерь при проскальзывании, то есть мощность двигателя должна быть не меньше, чем мощность, расходуемая на разгон: $P \geq F_{mp} v_{\max} = \dfrac{\mu^2 N^2}{\alpha}$. Если мощность меньше этой, то скорость $v_{\max} = \dfrac{\mu N}{\alpha}$ недостижима – при меньшей скорости проскальзывание колес прекратится, и сила трения станет меньше $F_{mp} = \alpha v < \mu N$, а значит и скорость будет падать с понижением мощности: $P = F_{mp} v = \alpha v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\dfrac{P}{\alpha}}$. Как видно, при мощности меньше $\dfrac{\mu^2 N^2}{\alpha}$ максимальная скорость растет пропорционально корню квадратному из мощности, а при $P \geq \dfrac{\mu^2 N^2}{\alpha}$ максимальная скорость уже не зависит от мощности. Теперь можно объяснить наблюдаемое поведение скорости: первое значение мощности было меньше $\dfrac{\mu^2 N^2}{\alpha}$ (колеса не проскальзывали), и поэтому ее увеличении привело к увеличению максимальной скорости, а уже во втором случае колеса проскальзывали (как и в третьем), и второе увеличение мощности не изменило $v_{\max}$.

Решение задачи: В отсутствие антикрыла уравнение движения робота имеет вид $ma = \mu mg - \beta v^2$, где μ – коэффициент трения ведущих колес о поверхность, а сила сопротивления воздуха $|\vec{F}_c| = \beta v^2$. Поэтому максимальное ускорение достигается при нулевой скорости и равно $a_{\max} = \mu g$, а максимальная скорость – при $a = 0$ (когда сила трения ведущих колес уравновешивается силой сопротивления воздуха) и равна $v_{\max} = \sqrt{\dfrac{\mu mg}{\beta}}$. С учетом прижимной силы сила нормальной реакции дороги становится равной $N = mg + \gamma v$. Поэтому уравнение движения в режиме проскальзывания колес (ясно, что для обеспечения максимальности ускорения нам снова нужен именно такой режим) $ma = \mu(mg + \gamma v) - \beta v^2 \Rightarrow a = \mu g + \mu \dfrac{\gamma}{m} v - \dfrac{\beta}{m} v^2$. Выделяя из этого выражения полный квадрат $a(v) = \mu g + \dfrac{\mu^2 \gamma^2}{4m\beta} - \dfrac{\beta}{m}\left(v - \dfrac{\mu\gamma}{2\beta}\right)^2$, замечаем, что максимальное ускорение $\tilde{a}_m$ достигается при $v_0 = \dfrac{\mu\gamma}{2\beta}$, и оно равно $\tilde{a}_m = \mu g + \dfrac{\mu^2\gamma^2}{4m\beta}$. Следовательно, $\dfrac{\tilde{a}_m}{a_m} = 1 + \dfrac{\mu\gamma^2}{4mg\beta}$. Из этого соотношения находим, что $\dfrac{\mu\gamma^2}{4mg\beta} = \dfrac{\tilde{a}_m}{a_m} - 1$. Максимальная скорость по-прежнему достигается при $a = 0$, то есть при $\mu g + \mu \dfrac{\gamma}{m} v - \dfrac{\beta}{m} v^2 = 0$. Решая это квадратное уравнение, обнаруживаем, что $\tilde{v}_{\max} = \dfrac{\mu\gamma}{2\beta} + \sqrt{\dfrac{\mu^2\gamma^2}{4\beta^2} + \dfrac{\mu mg}{\beta}}$. Таким образом,

$$\frac{\tilde{v}_{\max}}{v_{\max}} = \sqrt{1 + \frac{\mu\gamma^2}{4mg\beta}} + \sqrt{\frac{\mu\gamma^2}{4mg\beta}} = \sqrt{\frac{\tilde{a}_m}{a_m}} + \sqrt{\frac{\tilde{a}_m}{a_m} - 1}.$$

Решая это уравнение относительно $\dfrac{\tilde{a}_m}{a_m}$, получаем: $\dfrac{\tilde{a}_m}{a_m} = \left(\dfrac{v_{\max}^2 + \tilde{v}_{\max}^2}{2v_{\max}\tilde{v}_{\max}}\right)^2 = \dfrac{169}{144}$. Поэтому $\tilde{a}_m = \left(\dfrac{v_{\max}^2 + \tilde{v}_{\max}^2}{2v_{\max}\tilde{v}_{\max}}\right)^2 a_m = 0{,}4225$ м/с^2.

ОТВЕТ: $\tilde{a}_m = \left(\dfrac{v_{\max}^2 + \tilde{v}_{\max}^2}{2v_{\max}\tilde{v}_{\max}}\right)^2 a_m = 0{,}4225$ м/с^2.

Задание 2:

Вопрос: Количество теплоты, протекающее в единицу времени через слой вещества постоянного сечения, прямо пропорционален разности температур по разные стороны от него и обратно пропорционален толщине слоя. Допустим, что два слоя теплоизоляции изготовлены из одного материала, но внешний имеет в три раза большую толщину и в два раза большую площадь. Между слоями, внутри и снаружи – вещество, которое очень хорошо проводит тепло. Температура внутри равна $t_1 = 10°C$, а снаружи $t_2 = 5°C$. Какова температура вещества между слоями?

Задача: Собираясь на соревнования, школьник взял с собой упаковку бутербродов в сумке с теплоизолирующими стенками и с электронным датчиком внутренней и внешней температуры. Бутерброды он положил в сумку из холодильника, где рядом с ними долго стояла кружка с водой, в которой плавала маленькая льдинка (школьник вел за ней наблюдения по заданию учителя физики, но льдинка не росла). По показаниям датчика он определил, что за время сборов $\tau = 2$ минуты внутренняя температура возросла на $\Delta t = 0{,}4°C$ при неизменной внешней температуре $t_0 = 20°C$. Когда он пришел на соревнования, внутренняя температура равнялась $t_1 = 10°C$, а внешняя – $t'_0 = 25°C$. За какое время после этого внутренняя температура возрастет еще на $\Delta t' = 0{,}6°C$, если внешняя температура меняться не будет?

Ответ на вопрос: Так как вещество между слоями «очень хорошо проводит тепло», то его температуру t можно считать почти постоянной. Рассмотрим установившийся режим. В нем поток тепла (количество теплоты, протекающее в единицу времени через слой теплоизоляции) должен быть одинаков для обоих слоев (иначе температура вещества между слоями изменялась бы). Поэтому $(t_1 - t)\dfrac{S}{d} = (t - t_2)\dfrac{2S}{3d}$, откуда находим, что $t = \dfrac{3t_1 + 2t_2}{5} = 8°C$.

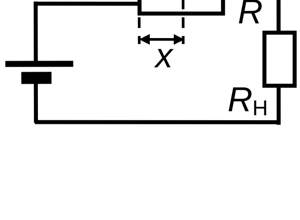
Решение задачи: Из условия ясно, что температура в холодильнике $t = 0°C$. Поэтому скорость поступления тепла в сумку в первом случае была пропорциональна $t_0 - t = 20°C$. На соревнованиях эта скорость была пропорциональна $t'_0 - t_1 = 15°C$ с тем же коэффициентом пропорциональности. Для нагрева содержимого сумки на $\Delta t' = 0{,}6°C$ нужно в $\dfrac{\Delta t'}{\Delta t} = 1{,}5$ раза больше тепла, чем для нагрева на $\Delta t = 0{,}4°C$. Поэтому $\dfrac{\tau'}{\tau} = \dfrac{\Delta t'}{\Delta t}\dfrac{t_0 - t}{t'_0 - t_1} = 2$, то есть $\tau' = \dfrac{\Delta t'}{\Delta t}\dfrac{t_0 - t}{t'_0 - t_1}\tau = 4$ мин.

ОТВЕТ: $\tau' = \dfrac{\Delta t'}{\Delta t}\dfrac{t_0 - t_1}{t'_0 - t}\tau = 4$ мин.

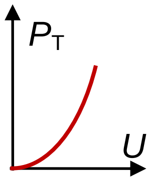
Задание 3:

Вопрос: Изобразите график зависимости мощности тепловых потерь в резисторе от приложенного напряжения (сопротивление резистора неизменно).

Задача: Постоянная (повышенная) температура датчика поддерживается с помощью нагревательного элемента, цепь питания которого показана на схеме (xR – сопротивление части реостата, включенной в цепь). При температуре внешней среды $t_1 = 23°C$ положение движка реостата соответствует $x_1 = 0{,}65$, при $t_2 = 18°C$ – $x_2 = 0{,}35$. Каким должно быть x при температуре $t_3 = 11°C$?



Ответ на вопрос: Поскольку, согласно закону Джоуля-Ленца, $P_T = U^2 / R$,то нужный график – это парабола:



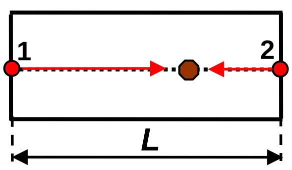
Решение задачи: При перемещении движка изменяется напряжение U_H, подаваемое на нагревательный элемент. Считая источник идеальным, и обозначая его ЭДС символом E, запишем: $U_H = IR_H = \dfrac{\mathrm{E}}{xR + R_H} R_H$. Введем обозначение $k \equiv \dfrac{R}{R_H}$. Тогда $U_H = \dfrac{\mathrm{E}}{1 + k \cdot x}$. Затем заметим, что из условия баланса тепловыделения нагревательного элемента и потерь на теплообмен с окружающей средой следует, что $\dfrac{U_H^2}{R(t_0)} = k \cdot (t_0 - t) \Rightarrow U_H^2 = \alpha R(t_0) \cdot (t_0 - t)$. Здесь α – некоторая постоянная, t_0 – температура, необходимая для работы датчика, а $R(t_0)$ – сопротивление нагревательного элемента при этой температуре. Так как t_0 по условию постоянна, то $\dfrac{U_2^2}{U_1^2} = \dfrac{t_0 - t_2}{t_0 - t_1} = 1 + \dfrac{t_1 - t_2}{t_0 - t_1}$ ($U_{1,2,3}$ – значения напряжения на нагревательном элементе при соответствующем положении движка реостата). Из этого соотношения выражаем $t_0 - t_1 = \dfrac{U_1^2}{U_2^2 - U_1^2}(t_1 - t_2)$. По аналогичным соображениям $\dfrac{U_3^2}{U_1^2} = \dfrac{t_0 - t_3}{t_0 - t_1} = 1 + \dfrac{t_1 - t_3}{t_0 - t_1}$. Подставляя сюда выражение для $t_0 - t_1$, получаем: $\dfrac{U_3^2}{U_1^2} = 1 + \dfrac{t_1 - t_3}{t_1 - t_2} \dfrac{U_2^2 - U_1^2}{U_1^2}$. Теперь используем соотношения $\dfrac{U_3}{U_1} = \dfrac{1 + k \cdot x_1}{1 + k \cdot x_3}$ и $\dfrac{U_2}{U_1} = \dfrac{1 + k \cdot x_1}{1 + k \cdot x_2}$. В результате: $\dfrac{1 + k \cdot x_1}{1 + k \cdot x_3} = \sqrt{\dfrac{t_1 - t_3}{t_1 - t_2}\left(\dfrac{1 + k \cdot x_1}{1 + k \cdot x_2}\right)^2 - \dfrac{t_2 - t_3}{t_1 - t_2}}$. Из этого уравнения выражается искомая величина: $x_3 = \dfrac{(1 + k \cdot x_1)(1 + k \cdot x_2)}{k\sqrt{\dfrac{t_1 - t_3}{t_1 - t_2}(1 + k \cdot x_1)^2 - \dfrac{t_2 - t_3}{t_1 - t_2}(1 + k \cdot x_2)^2}}$, где $k \equiv \dfrac{R}{R_H}$. С учетом известных числовых значений: $x_3 = \dfrac{(2 + 1{,}3k)(2 + 0{,}7k)\sqrt{5}}{k\sqrt{12(2 + 1{,}3k)^2 - 7(2 + 0{,}7k)^2}}$.

ОТВЕТ: $x_3 = \dfrac{(2 + 1{,}3k)(2 + 0{,}7k)\sqrt{5}}{k\sqrt{12(2 + 1{,}3k)^2 - 7(2 + 0{,}7k)^2}}$, где $k \equiv \dfrac{R}{R_H}$.

Задание 4:

Вопрос: Ток фотодатчика пропорционален мощности света, попадающего на фотодатчик. В каком случае этот ток будет быстрее изменяться при изменении расстояния до источника света – (1) источник – маленькая лампа или (2) источник – плоская светящаяся панель больших размеров? Ответ объяснить.

Задача: Робот, оснащенный двумя фотодатчиками, перемещается по прямой на площадке длиной $L = 12$ м. На границах его области движения установлены две маленькие лампочки, каждая из которых испускает свет равномерно по всем направлениям внутрь площадки. Ток каждого фотодатчика пропорционален мощности излучения, попадающего в его «окно». Логическая схема получает информацию о величине суммарного тока датчиков $I = I_1 + I_2$. В центре отрезка $I = 2$ мА. На каком расстоянии от лампы 1 может находиться робот при $I = 6$ мА?



Ответ на вопрос: В случае (1) энергия, излучаемая лампой, на расстоянии r от нее распределяется практически равномерно по сфере радиуса r, и поэтому мощность света, попадающего на датчик, будет убывать обратно пропорционально r^2. В случае (2) на расстояниях, много меньших размеров «большой» панели, площадь, по которой распределяется энергия излучения, почти не убывает, и поэтому мощность света будет изменяться очень медленно. Значит, ток датчика быстрее изменяется при изменении расстояния в случае (1).

Решение задачи: Обозначим расстояние от робота до лампы 1 r_1 . Тогда расстояние от него до лампы 2 равно $r_2 = L - r_1$. Удобно ввести «координату» x, отсчитываемую от центра отрезка движения в направлении лампы 1. Тогда $r_1 = \frac{L}{2} - x$ и $r_2 = \frac{L}{2} + x$. По условию ток каждого датчика пропорционален мощности сигнала, а мощность убывает обратно пропорционально квадрату расстояния: $I_{1,2} = \frac{\alpha}{r_{1,2}^2}$ (α – некоторая постоянная величина). Поэтому суммарный ток

$$I = \alpha\left(\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2}\right) = \alpha\left(\frac{4}{(L-2x)^2} + \frac{4}{(L+2x)^2}\right) = \alpha\frac{8(L^2+4x^2)}{(L^2-4x^2)^2}.$$

При нахождении робота в центре отрезка ($x=0$) получаем $I_0 = \alpha\frac{8}{L^2}$. Таким образом, $\frac{I}{I_0} = \frac{L^2(L^2+4x^2)}{(L^2-4x^2)^2}$. Из этого уравнения можно найти x^2: $x^2 = \frac{L^2}{8}\left(2 + \frac{I_0}{I} - \sqrt{8\frac{I_0}{I} + \frac{I_0^2}{I^2}}\right)$. Для заданных значений ($I = 6$мА и $I_0 = 2$мА) получается $x^2 = \frac{L^2}{12} \Rightarrow x = \pm\frac{L}{2\sqrt{3}} = \pm 2\sqrt{3}$м. Значит, расстояние до первой лампы может принимать два значения: $r_1 = \frac{L}{2}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) = (6 - 2\sqrt{3})$м и $r_1' = \frac{L}{2}\left(1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\right) = (6 + 2\sqrt{3})$м. Если участник знает примерное значение $\sqrt{3}$, он может получить значения $r_1 \approx 2{,}54$м и $r_1' \approx 9{,}46$м.

ОТВЕТ: $r_1 = \frac{L}{2}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) = (6 - 2\sqrt{3})$м и $r_1' = \frac{L}{2}\left(1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\right) = (6 + 2\sqrt{3})$м (или $r_1 \approx 2{,}54$м и $r_1' \approx 9{,}46$м).

Нужно отметить, что задания теоретического тура в 2018 году были заметно сложнее, чем в 2017 – в основном в расчете на эффект от прохождения участниками курсов подготовки, которые были очень значительно расширены по сравнению с предыдущим годом. К сожалению, анализ работ показал, что далеко не все участники финала прошли все этапы подготовки, что очень явно отражалось и на результатах. Перед теоретическим туром была проведена консультация, которую посетили практически все участники финала, и ее влияние на работы участников было очень хорошо заметно. Вместе с тем понятно, что на таком уровне сложности усвоить идеи решений в ходе полуторачасовой консультации многократно сложнее, чем в ходе 15 (у младшей группы) или 24 (у старшей) часов лекционных занятий, сопровождаемых изучением представленных методических материалов и тренингами самостоятельного решения задач. Поэтому те участники, которые явно демонстрировали знакомство с материалами курсов, показали значительно лучшие результаты на теоретическом туре. Те участники, которые опирались только на материалы консультации, часто начинали двигаться в правильном направлении, но знаний и технических навыков для выполнения задания им не хватало, и они часто не доводили решение до конца.

Наиболее сложными заданиями во всех вариантах теоретического тура были 1-ое задание (механика, но достаточно необычная для школьников) и 4-ое (элементы фотометрии, сочетаемые у 7-9 классов с механикой и геометрией, у 10-11 классов – с механикой и электродинамикой). Они, естественно, вызвали наибольшие трудности. У «младшей» категории значительная часть ошибок связана с недостаточной математической подготовкой. Особенно недостает навыков работы с функциональными зависимостями (что требовалось и в 1-м, м в 3-м, и в 4-м заданиях). Впрочем, с этой проблемой сталкиваются, пусть и реже, и участники из старшей группы. Но в старшей группе уже преобладают ошибки, происходящие из-за недостаточного понимания физической сути процессов (в заданиях этой группы это было очень важно). Поэтому прохождение подготовки действительно необходимо для успешного участия в финале.

Очень отчетливо эта тенденция была замечена и в 2019 году. В этом году количество участников, прошедших предварительную подготовку, заметно увеличилось, и как результат - заметно вырос общий уровень участников финала. Тем не менее по-прежнему еще значительно меньше половины участников участвует и в работе курсов подготовки и менее половины из участников выполняет домашние задания. Здесь заключен важный резерв для дальнейшего улучшения результатов.

Рассмотрим задания сезона 2018/19 года. Новшеством отборочного этапа стала «разбивка» отборочных заданий по классам. Например, появились задания, ориентированные на младших школьников.

ЗАДАНИЯ ОТБОРОЧНОГО ЭТАПА 2018/19 г. ПО ФИЗИКЕ: вопросы, ответы и пояснения

Задание 1 (7-8 классы)

1.Средняя скорость тела на участке пути – это отношение пути s тела к длительности интервала времени t, за который тело прошло этот путь: $V_{cp} = \frac{s}{t}$.

1.1 Робот проезжает трассу, состоящую из горизонтального участка длиной $L = 6$ м и симметричной горки (то есть такой, у которой подъем и спуск одинаковы по длине и наклону). Полная ширина горки $D = 288$ см, а высота $h = 42$ см. Робот движется по горизонтальному участку со скоростью $v_1 = 1{,}0$ м/с, на подъеме – со скоростью $v_2 = 0{,}6$ м/с, а на спуске – со скоростью $v_3 = 1{,}2$ м/с. Найдите среднюю скорость робота на трассе. Как изменится ответ, если при той же скорости на горизонтальном участке скорость на подъеме в $k > 1$ раз уменьшится, а на спуске во столько же раз увеличится?

1.2. Пусть скорость робота на некотором участке пути изменяется по закону $v(t) = v_0 + a \cdot t$, где a – постоянная величина, измеряемая в м/с^2. Эта величина в физике называется *ускорением*, а такое движение – *равноускоренным*. Какой будет средняя скорость этого движения на участке пути, пройденном за время t? Выведите формулу для средней скорости и найдите ее численное значение, если $v_0 = 1{,}5$ м/с, $a = 1{,}5$ м/с^2, $t = 2$ с.

1.3. Определите средние скорости тел (V_1 и V_2), зависимость скорости которых от времени показана на рисунках 1 и 2. На рис.2 криволинейные участки в используемом

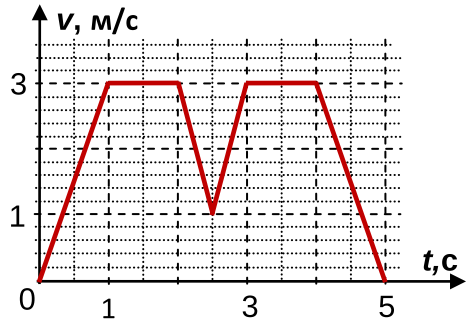


рис.1

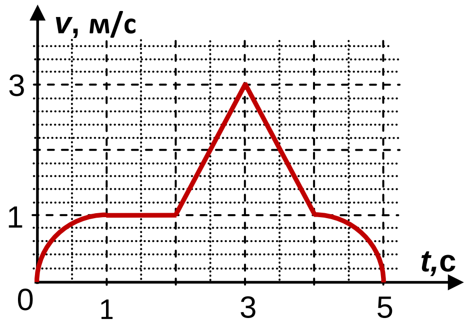


рис.2

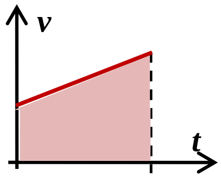
масштабе являются четвертями окружности. Ответ запишите в м/с, при необходимости округляя до сотых и поясните способ его получения.

1.4. Два робота (№1 и №2) проезжают одну и ту же трассу несколько раз. В первом раунде робот №1 проехал трассу быстрее на $\Delta t = 6$с. Во втором раунде №2 увеличил среднюю скорость прохождения трассы в 1,5 раза, и теперь он проехал трассу быстрее на $\Delta t' = 4$с. В третьем раунде робот №1 увеличил свою среднюю скорость на трассе на 20%. Кто из роботов проедет трассу быстрее в 3-м раунде и на сколько?

Ответы:

1.1. **V_{cp}=(12/13) м/с ≈ 0,92 м/с. Средняя скорость уменьшится**. Пусть l – длина каждой из двух наклонных поверхностей горки. По теореме Пифагора $l = \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 + h^2} = 1{,}5$ м. Значит, полное время прохождения трассы $t = \frac{L}{v_1} + \frac{l}{v_2} + \frac{l}{v_3} = \frac{Lv_2v_3 + lv_1(v_2+v_3)}{v_1v_2v_3} = 9{,}75$ с. Путь работа $s = L + 2l = 9$ м, поэтому средняя скорость равна $V_{cp} = \frac{(L+2l)v_1v_2v_3}{Lv_2v_3 + lv_1(v_2+v_3)} = \frac{12}{13}$ м/с, или $V_{cp} \approx 0{,}92$ м/с. При указанном изменении скоростей новое время $t = \frac{L}{v_1} + \frac{kl}{v_2} + \frac{l}{kv_3}$, и после подстановки численных значений: $t = 6\text{с} + k \cdot 2{,}5\text{с} + \frac{1{,}25\text{с}}{k} = 6\text{с} + \frac{2{,}5\text{с}}{\sqrt{2}} \cdot \left(k\sqrt{2} + \frac{1}{k\sqrt{2}}\right)$. Нетрудно заметить, что при любом x справедливо неравенство $x + \frac{1}{x} \geq 2$, причем равенство (то есть минимальное значение этого выражения) достигается при $x = 1$. У нас $x = k\sqrt{2} > \sqrt{2} > 1$, поэтому это выражение при увеличении k от 1 всегда увеличивается, то есть время прохождения трасы после указанного изменения скоростей увеличится. Следовательно, средняя скорость уменьшится.

1.2. $V_{cp} = v_0 + \frac{at}{2}$**, при заданных значениях** $V_{cp} = 3$ **м/с.** В этом случае можно действовать двумя путями: (1) Заметить, что скорость равномерно растет от v_0 до $v_0 + a \cdot t$ т, и найти среднее непосредственно : $V_{cp} = \frac{1}{2}(v_0 + v_0 + at) = v_0 + \frac{at}{2}$. (2) Построив график зависимости скорости от времени, можно догадаться, что пройденный путь возможно найти как площадь трапеции – эта площадь складывается из площадей очень большого числа очень тоненьких «полосок», каждая из которых соответствует пути $\Delta s = v(t)\Delta t$, пройденному за очень маленький интервал времени от t до $t + \Delta t$. Тогда можно найти, что



$s = \frac{v_0 + v_0 + at}{2} t = v_0 t + \frac{at^2}{2}$. Значит, $V_{cp} = \frac{s}{t} = v_0 + \frac{at}{2}$. Подставляя численные значения, находим, что $V_{cp} = 3$ м/с.

1.3. $V_1 = 2{,}20$ **м/с и** $V_2 \approx 1{,}31$ **м/с.** В первом случае можно рассмотреть движение как набор равноускоренных и равномерных движений, и воспользоваться соответствующими формулами для нахождения полного пути. Однако проще сразу искать путь как площадь под графиком скорости. Тогда в первом случае $s_1 = 11$м, и, следовательно, $V_1 = \frac{s_1}{t} = 2{,}2$ м/с. Во втором случае путь на школьном уровне определяется только через площадь: $s_2 = \left(5 + \frac{\pi}{2}\right)$м, и $V_2 = \frac{s_2}{t} \approx 1{,}31$м/с.

1.4. **В третьем раунде роботы проедут трассу за одинаковое время.** Пусть L – длина трассы, а v_1 и v_2 – скорости роботов в первом раунде. Тогда $\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{L}{v_2} - \frac{L}{v_1} = L\frac{v_1 - v_2}{v_1 v_2}$.

Аналогично во втором раунде $\Delta t' = t_1' - t_2' = \frac{L}{v_1} - \frac{2L}{3v_2} = L\frac{3v_2 - 2v_1}{3v_1 v_2}$. Следовательно, $\frac{\Delta t}{\Delta t'} = \frac{3(v_1 - v_2)}{3v_2 - 2v_1} \Rightarrow v_2 = \frac{3\Delta t' + 2\Delta t}{3(\Delta t' + \Delta t)} v_1 = 0{,}8 v_1$. В третьем раунде:

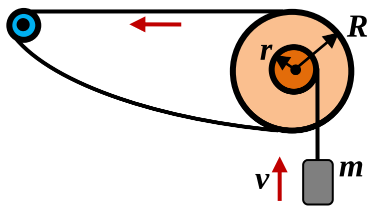
$$\Delta t'' = t_1'' - t_2'' = \frac{5L}{6v_1} - \frac{2L}{3v_2} = L\frac{5v_2 - 4v_1}{6v_1 v_2} = \frac{v_1 v_2}{v_1 - v_2}\Delta t \frac{5v_2 - 4v_1}{6v_1 v_2} = \frac{5v_2 - 4v_1}{6(v_1 - v_2)}\Delta t = 0.$$

Значит, в третьем раунде роботы проедут трассу за одинаковое время.

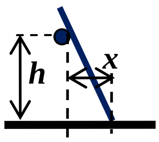
Задание 8 (9-11 классы)

8. В механике известно *правило рычага*: для того, чтобы у твердого тела вращение отсутствовало или происходило с постоянной угловой скоростью, сумма моментов приложенных к нему сил должна равняться нулю. Напомним, что *момент силы* можно определить как произведение величины силы на ее *плечо* (это расстояние от линии действия силы до оси вращения), взятое со знаком «плюс» или «минус». Знак зависит от направления вращения, которое эта сила «пытается» создать. Обычно договариваются считать направление вращения против часовой стрелки положительным, а по часовой стрелке – отрицательным.

8.1. Вращение вала подъемного механизма (его радиус равен $r = 4$ см) осуществляется с помощью цепной передачи (см. рисунок). Радиус жестко соединенной с валом шестерни $R = 16$ см. Чему равна сила натяжения цепи при подъеме груза с массой $m = 10$кг с постоянной скоростью $v = 3$м/с, если силы трения, действующие на вал, пренебрежимо малы? Ускорение свободного падения считать равным $g \approx 10$ м/с^2. Какую минимальную мощность должен развивать при этом двигатель, вращающий ведущую шестерню передачи?

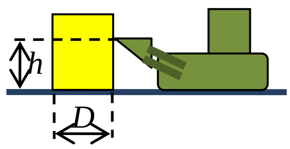


8.2. Шест длиной $L = 150$см поставили так, что он опирается на гладкую горизонтальную балку ограждения соревновательной зоны, проходящую на высоте $h = 120$см. Точка опоры шеста о шероховатый пол по горизонтали смещена от ограждения на расстояние $x = 60$см. Масса шеста равна $m = 5$кг. С какой силой давит шест на ограждение?



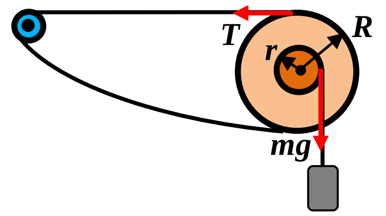
8.3. На наклонную поверхность горки нужно установить препятствие для робота – брусок в форме параллелепипеда размерами 10см×30 см×50 см. Брусок однороден, коэффициент трения всех граней бруска о поверхность горки равен $\mu = 0{,}25$. В первом случае брусок кладут на поверхность самой длинной гранью вдоль склона, а во втором – самой короткой. В каком случае можно наклонить поверхность к горизонту сильнее (чтобы брусок еще покоился) – в первом или во втором? На сколько градусов различаются максимальные допустимые углы наклона в этих случаях?

8.4. Модель «бульдозера» должна двигать перед собой ковшом с постоянной скоростью По горизонтальной поверхности однородный брусок шириной $D = 16$ см, высота которого больше ширины. Коэффициент трения бруска о поверхность $\mu = \frac{2}{3}$. На какой максимальной высоте h над поверхностью может находиться точка давления ковша на брусок, чтобы брусок двигался поступательно? Какую работу должен совершить бульдозер над бруском при перемещении бруска на 1 м, если масса бруска $m = 600$г?



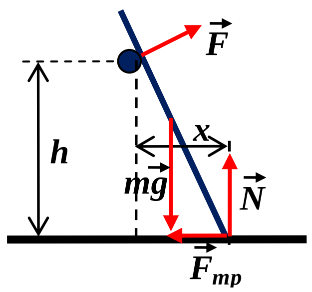
Ответы:

8.1. **Сила натяжения цепи равна 25 Н, минимальная требуемая мощность 300 Вт.** Так как вал и шестерня вращаются с постоянной скоростью, то сумма приложенных к ним моментов сил (а это сила натяжения цепи и сила натяжения троса, на котором подвешен груз, причем для троса эта сила равна весу груза) равна нулю, то есть $T \cdot R = mg \cdot r$,

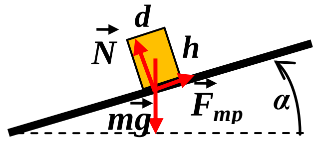


Поэтому $T = \frac{r}{R} mg \approx 25$Н. Так как рычаги не дают выигрыша в работе, то минимальная требуемая мощность (когда мы пренебрегаем всеми потерями) должна быть равна мощности работы силы тяжести, препятствующей подъему груза: $P_{\min} = mg \cdot v = 300$Вт.

8.2. **Шест давит на ограждение с силой 12,5 Н.** На шест действуют: сила тяжести, сила нормальной реакции пола $\vec{N}$ и сила трения $\vec{F}_{mp}$, сила реакции балки ограждения $\vec{F}$, величина которой по 3 закону Ньютона равна величине искомой силы. Силы $\vec{N}$ и $\vec{F}_{mp}$ имеют нулевые плечи относительно точки опоры шеста. Плечо силы тяжести равно $l_g = \frac{L}{2}\cos(\alpha) = \frac{Lx}{2\sqrt{h^2 + x^2}}$ (α – угол наклона шеста к полу), а плечо силы $\vec{F}$ равно $l_F = \sqrt{h^2 + x^2}$. Поэтому уравнение правила моментов относительно этой точки имеет вид: $+mg\frac{Lx}{2\sqrt{h^2 + x^2}} - F\sqrt{h^2 + x^2} = 0$. Из этого уравнения находим: $F = \frac{Lx}{2(h^2 + x^2)} mg = 12{,}5$Н.



8.3. **Больше можно наклонить в первом случае, на 2,7°.** На брусок, лежащий на наклонной плоскости, действуют сила тяжести, сила трения покоя и сила нормальной реакции. Из условия равновесия следует, что $F_{mp} = mg\sin(\alpha)$, а $N = mg\cos(\alpha)$. Ограничение на силу трения скольжения $F_{mp} \le \mu N$ показывает, что брусок не скользит, если $tg(\alpha) \le \mu$. Так как в покое должна равняться нулю сумма моментов этих сил, то точкой приложения силы реакции должна быть точка, в которой линия действии силы тяжести пересекает площадь опоры (плечи всех трех сил относительно этой точки будут равны нулю). Это требование нельзя выполнить, если диагональ сечения бруска с шириной (вдоль склона) d и высотой (над склоном) h наклонится дальше вертикали. В этом случае брусок начнет опрокидываться вокруг нижнего ребра. Поэтому условием покоя является и второе требование: $tg(\alpha) \le \frac{d}{h}$. В первом случае $\frac{d_1}{h_1} = 5 > \mu = 0{,}25$, и угол наклона ограничивается именно началом скольжения: $\alpha_1^{(\max)} = arctg(0{,}25) \approx 14°$. Во втором случае



$\frac{d_2}{h_2} = 0{,}2 < \mu = 0{,}25$, и угол ограничивается началом опрокидывания: $\alpha_2^{(\max)} = arctg(0{,}2) \approx 11{,}3°$. Итак, в первом случае можно наклонить плоскость сильнее – максимальный угол наклона на 2,7° больше, чем во втором.

8.4. **12 см, 4 Дж.** При движении с постоянной скоростью сумма проекций сил на горизонтальное направление движение равна нулю. Поэтому сила, с которой ковш «бульдозера» действует на брусок, должна равняться силе трения скольжения, то есть $F = \mu mg$. Для того, чтобы движение было поступательным, необходимо, чтобы брусок не опрокидывался вокруг дальнего от бульдозера нижнего ребра. Для этого нужно, чтобы момент силы F относительно этого ребра не превосходил момент силы тяжести, которая препятствует такому опрокидыванию. Таким образом, должно выполняться требование $\mu mg \cdot h \le mg \cdot \frac{D}{2}$. Значит, $h_{\max} = \frac{D}{2\mu} = 12$ см. Работа по перемещению бруска на путь s равна $A = F \cdot s = \mu mgs = 4$ Дж.

ЗАДАНИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО ТУРА ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОГО ЭТАПА ПО ФИЗИКЕ 2018/19 года: условия, решения и ответы

7, 8 и 9 классы, БИЛЕТ № 05.

Задание 1:

Вопрос: Роботу на трассе необходимо преодолеть препятствие в виде несимметричной горки: длина подъема на 20% больше, чем длина спуска. В первой попытке робот на спуске едет на 20% быстрее, чем на подъеме. Во второй попытке он может изменить скорости подъема и спуска, но только таким образом, чтобы их произведение осталось неизменным. Во сколько раз нужно изменить скорость спуска, чтобы средняя скорость робота при прохождении горки была максимальна?

Задача: Две модели машин едут по одной и той же круговой трассе с постоянными по величине скоростями. Первая проезжает трассу время $t_1 = 80$ с, и при этом каждые $T = 2$ мин обгоняет вторую. На одном из кругов вторая модель, сразу после очередного обгона со стороны первой, резко развернулась и поехала по той же трассе в другую сторону. Через какое время после этого модели встретились?

Ответ на вопрос: Пусть L – длина пути спуска. Тогда длина дороги на подъеме равна $1{,}2L$. Обозначим скорость на подъеме в первой попытке v (соответственно на спуске – $1{,}2v$). Во второй попытке скорость на подъеме $\frac{v}{k}$, а на спуске $1{,}2kv$. Значит, время преодоления оврага станет равно $t = \frac{1{,}2kL}{v} + \frac{L}{1{,}2kv} = \frac{L}{v}\left(1{,}2k + \frac{1}{1{,}2k}\right)$. С помощью очевидного неравенства $(x-1)^2 \ge 0 \Rightarrow x^2 + 1 \ge 2x$ можно доказать, что при любом x справедливо неравенство $x + \frac{1}{x} \ge 2$, причем равенство (то есть минимальное значение этого выражения) достигается при $x = 1$. Поэтому минимальное время преодоления оврага (а значит, максимальная величина средней скорости) достигается при $k = 5/6$. Значит, скорость на спуске нужно уменьшить в 1,2 раза.

Решение задачи: Пусть L– длина круга, $v_{1,2}$ – скорости первой и второй модели соответственно. Тогда $L = v_1 t_1 = (v_1 - v_2)T$. Из этого соотношения находим, что $v_2 = \frac{T - t_1}{T} v_1$.

После разворота второй модели до встречи моделям вместе нужно проехать путь L, то есть искомое время $t=\dfrac{L}{v_1+v_2}=\dfrac{T}{2T-t_1}\dfrac{L}{v_1}=\dfrac{t_1T}{2T-t_1}=1$ мин.

Задание 2:

Вопрос: Нагретый на печи камень завернули в плотную ткань и вынесли на улицу зимой. От начальной температуры 50°С до 49°С он остыл за 25 с. Какое примерно время уйдет на остывание этого камня от 20°С до 19°С, если температура на улице -10°С ? Ответ объясните.

Задача: В тонкостенную металлическую кастрюлю набросали доверху мокрого снега (состоящего из воды и ледяных кристаллов, находящихся в равновесии). Затем кастрюлю закрыли крышкой и внесли в сауну. За время 12 мин снег полностью растаял, а еще за 1 мин содержимое кастрюли нагрелось до +5°С. Какую часть начальной массы снега (в процентах) составляли ледяные кристаллы? Удельная теплоемкость воды $c \approx 4{,}2$ Дж/(г·°С), удельная теплота плавления льда $\lambda \approx 336$ Дж/г.

Ответ на вопрос: Скорость остывания (вместе с потоком тепла от горячего камня) пропорциональна разности температур камня и окружающей среды. Поэтому во втором случае эта скорость уменьшилась в два раза, и остывание уйдет примерно вдвое большее время, то есть 50 с.

Решение задачи: Пусть n – искомая доля льда. Во время плавления льда тепло, поступающее в кастрюлю, шло только на это плавление, то есть $12Q_1=\lambda\cdot nm$ (здесь Q_1 – количество теплоты, поступающее в кастрюлю за 1 мин, а m – масса снега). Аналогично $Q_1=cm\Delta t$. Так как разность температур с окружающей средой почти не изменилась, то и Q_1 не изменилось. Разделив эти соотношения друг на друга, найдем: $n=\dfrac{12c\Delta t}{\lambda}=0{,}75$. Итак, ледяные кристаллы составляли 75% начальной массы снега.

Задание 3:

Вопрос: Два амперметра подключили к аккумулятору с внутренним сопротивлением 4 Ом последовательно, и они оба показали ток, равный 3 А. Затем их подключили к этому же аккумулятору параллельно, и они оба показали ток, равный 2 А. Чему равно внутреннее сопротивление этих амперметров?

Задача: Нагревательный элемент подключили к аккумулятору последовательно с одним резистором. Мощность тепловыделения в нагревательном элементе составила $P_1=400$ Вт. Затем его подключили к этому же аккумулятору последовательно с двумя такими же резисторами. Мощность понизилась до $P_2=256$ Вт. Какой станет мощность тепловыделения в нагревательном элементе, если его подключить к этому же аккумулятору последовательно с тремя таким же резисторами?

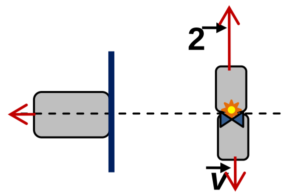
Ответ на вопрос: Ясно, что внутренние сопротивления амперметров R одинаковы. При последовательном подключении к источнику с ЭДС (напряжением, создаваемым на клеммах при разомкнутой цепи) E и внутренним сопротивлением r сила тока $I=\dfrac{\mathrm{E}}{r+2R}$. При параллельном $I'=\dfrac{\mathrm{E}}{2r+R}$. Поэтому $\dfrac{I}{I'}=\dfrac{3}{2}=\dfrac{2r+R}{r+2R}\Rightarrow R=\dfrac{r}{4}=1$ Ом.

Решение задачи: При подключении нагревательного элемента к источнику с ЭДС (напряжением, создаваемым на клеммах при разомкнутой цепи) E и внутренним сопротивлением r последовательно с n резисторами сила тока в нем $I=\dfrac{\mathrm{E}}{r+R_H+nR}$. Поэтому мощность тепловыделения $P_n=I^2R_H=\dfrac{\mathrm{E}^2R_H}{(r+R_H+nR)^2}$. Удобно изучать более простую зависимость $\frac{1}{\sqrt{P_n}}=\frac{r+R_H}{\text{E}\sqrt{R_H}}+n\frac{R}{\text{E}\sqrt{R_H}}$. Тогда из уравнений $\frac{1}{\sqrt{P_1}}=\frac{r+R_H}{\text{E}\sqrt{R_H}}+\frac{R}{\text{E}\sqrt{R_H}}$ и $\frac{1}{\sqrt{P_2}}=\frac{r+R_H}{\text{E}\sqrt{R_H}}+2\frac{R}{\text{E}\sqrt{R_H}}$ найдем, что $\frac{1}{\sqrt{P_2}}-\frac{1}{\sqrt{P_1}}=\frac{R}{\text{E}\sqrt{R_H}}$. Затем из уравнения $\frac{1}{\sqrt{P_3}}=\frac{r+R_H}{\text{E}\sqrt{R_H}}+3\frac{R}{\text{E}\sqrt{R_H}}$ получим $\frac{1}{\sqrt{P_3}}-\frac{1}{\sqrt{P_2}}=\frac{R}{\text{E}\sqrt{R_H}}=\frac{1}{\sqrt{P_2}}-\frac{1}{\sqrt{P_1}}$, откуда $P_3=\frac{P_1P_2}{(2\sqrt{P_1}-\sqrt{P_2})^2}=\frac{1600}{9}\text{Вт}\approx 177{,}8\text{Вт}$.

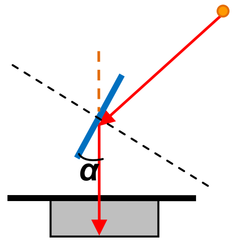
Задание 4:

Вопрос: Человек с зеркалом стоит рядом с очень глубоким узким вертикальным колодцем и держит в руках зеркало. Расположив зеркало над колодцем, он направляет солнечного «зайчика» на дно колодца. Найдите высоту Солнца над горизонтом, если плоскость его зеркала повернута на $15°$ от вертикали.

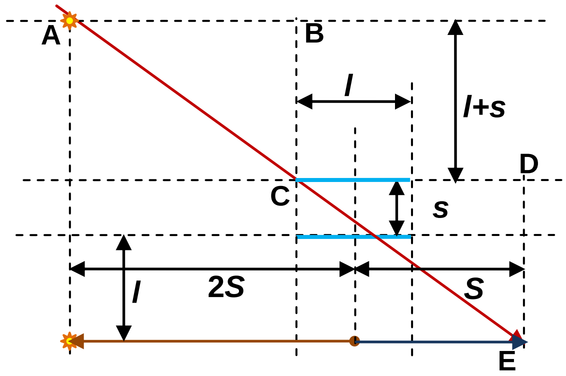
Задача: Три робота расположены на площадке таким образом, что два из них стоят вплотную друг другу, а третий – неподалеку (см. рисунок). На стоящих вплотную роботах размещены небольшие лампочка и фотодатчик (оказавшиеся «совсем рядом»), а на третьем – плоское зеркало шириной $l=120$см. Середина зеркала находится точно напротив лампочки и фотодатчика на расстоянии $l=120$см от них. В некоторый момент времени робот с фотодатчиком начинает двигаться перпендикулярно линии, соединяющей фотодатчик с центром зеркала в одну сторону, робот с лампочкой в тот же момент начинает двигаться в противоположную сторону, а робот с зеркалом – удаляться от них обоих в перпендикулярном направлении. Скорость робота с фотодатчиком (который всегда ориентирован в сторону зеркала и «видит» его целиком) примерно постоянна и равна $v=0{,}15$м/с, а скорость робота с лампочкой в два раза выше. В течении какого времени после старта фотодатчик принимает свет от лампочки? Временем разгона роботов пренебречь.



Ответ на вопрос: Как нетрудно увидеть из построения, для направления лучей от Солнца вертикально вниз после отражения от зеркала, высота Солнца над горизонтом должна составлять $90°-2\alpha=60°$.



Решение задачи: Изобразим крайнее положение роботов, когда лучи от лампочки, отражаясь от зеркала, еще достигают фотодатчика: в следующее мгновение «освещенная зона», границы

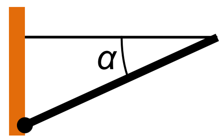


которой вместе с лампочкой движутся быстрее, чем фотодатчик, окончательно «убежит» от него. Как видно, независимо от величины смещения зеркала, треугольники ABC и CDE должны быть одинаковы, поэтому $2vt-\frac{l}{2}=vt+\frac{l}{2}\Rightarrow t=\frac{l}{v}=8\text{с}$.

10 и 11 классы, БИЛЕТ № 01.

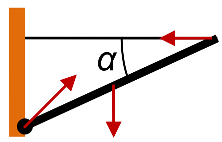
Задание 1:

Вопрос: Однородный стержень длиной 1 м и массой 1 кг может свободно вращаться в вертикальной плоскости вокруг одного из своих концов, который закреплен шарнирно. К другому концу прикреплена горизонтальная легкая нерастяжимая нить, которая удерживает стержень в положении, в котором стержень составляет с горизонталью угол 30° (см. рисунок). Найдите величину силы реакции шарнира.

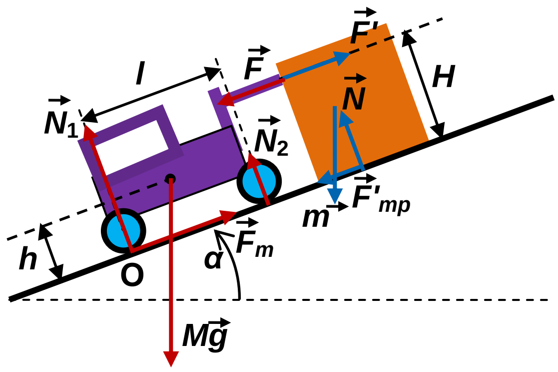


Задача: Небольшой робот должен двигать перед собой с постоянной скоростью кубик, поднимаясь по наклонной плоскости. Известно, что масса кубика в 2 раза меньше массы самого робота, коэффициенты трения ведущих (задних) колес робота и кубика о наклонную плоскость равны $\mu = \frac{2}{3}$. Передние колеса робота катятся без проскальзывания, расстояние между осями колес у него $l = 20$ см. Центр масс робота находится точно посередине между колесными осями на высоте $h = 7{,}5$ см. Высота точки давления рамы робота на кубик над поверхностью равна $H = 15$ см. Найдите максимальный угол наклона плоскости, при котором робот может выполнить свою задачу.

Ответ на вопрос: Сначала используем правило моментов: $T \cdot l\sin(\alpha) - mg \cdot \frac{l}{2}\cos(\alpha) = 0 \Rightarrow T = \frac{\sqrt{3}}{2}mg$. Ясно, что горизонтальная и вертикальная составляющие силы реакции шарнира равны T и mg соответственно. Значит, величина силы реакции шарнира $F = \sqrt{T^2 + m^2g^2} = \frac{\sqrt{7}}{2}mg \approx 13{,}2$ Н.



Решение задачи: При поступательном движении кубика с постоянной скоростью сумма приложенных к нему сил равна нулю. На рисунке синим цветом показаны силы, действующие на кубик. Используя условие равенства нулю проекции суммы сил на направление вдоль



наклонной плоскости, найдем, что сила, действующая на кубик со стороны робота $F' = mg\sin(\alpha) + F'_{mp}$. Так как кубик скользит, то $F'_{mp} = \mu N = \mu mg\cos(\alpha)$, и поэтому $F' = mg[\sin(\alpha) + \mu\cos(\alpha)]$. По третьему закону Ньютона такую же величину имеет сила F, действующая со стороны кубка на робота. Красным цветом показаны вектора сил, приложенных к роботу. Обратим внимание, что силу нормальной реакции плоскости мы разделили на силы, действующие на передние (свободные) и задние (ведущие) колеса, и что силой трения качения свободных колес мы пренебрегаем. Сила трения F_{mp} ведущих колес направлена вверх вдоль плоскости – именно она обеспечивает движение робота и кубика. Проекция на направление вдоль наклонной плоскости суммы сил, действующих на робота, также должна быть равна нулю. Из этого условия найдем необходимую величину силы трения ведущих колес: $F_{mp} = Mg\sin(\alpha) + mg[\sin(\alpha) + \mu\cos(\alpha)]$. С учетом того, что по условию $M = 2m$, получаем: $F_{mp} = mg[3\sin(\alpha) + \mu\cos(\alpha)]$. Кроме того, должна равняться нулю и сумма моментов сил, которую удобно вычислять относительно точки О (тогда плечи сил $F_{тр}$ и N_1 равны нулю). При записи этого условия наиболее аккуратно нужно вычислять плечо силы $M\vec{g}$ относительно точки О. Оно равно $l_g = \frac{l}{2}\cos(\alpha) - h\sin(\alpha)$. Итак, правило моментов приводит к соотношению $+N_2 l + FH - Mg\left(\frac{l}{2}\cos(\alpha) - h\sin(\alpha)\right) = 0$, из которого можно найти величину $N_2 = mg\left[\cos(\alpha) - \frac{2h}{l}\sin(\alpha)\right] - mg\frac{H}{l}[\sin(\alpha) + \mu\cos(\alpha)]$.Учтем, что в соответствии с условием $\frac{H}{l} = \frac{3}{4}$, $\frac{h}{l} = \frac{3}{8}$, а $\mu = \frac{2}{3}$. Тогда $N_2 = \frac{mg}{2}[\cos(\alpha) - 3\sin(\alpha)]$. Сумма сил реакции уравновешивает компоненту силы тяжести робота, и $N_1 = 2mg\cos(\alpha) - N_2 = \frac{3}{2}mg[\cos(\alpha) + \sin(\alpha)]$. Такое движение возможно при выполнении двух условий:

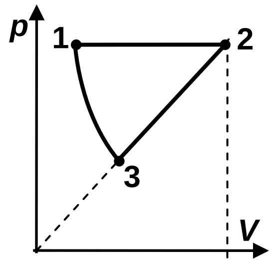
1) $F_{тр} \le \mu N_1 \Rightarrow mg\left[3\sin(\alpha) + \frac{2}{3}\cos(\alpha)\right] \le mg[\cos(\alpha) + \sin(\alpha)]$, откуда $\operatorname{tg}(\alpha) \le \frac{1}{6}$.
2) Передние колеса не отрываются от поверхности, то есть $N_2 = \frac{mg}{2}[\cos(\alpha) - 3\sin(\alpha)] \ge 0$, откуда $\operatorname{tg}(\alpha) \le \frac{1}{3}$.

Как видно, первое условие более жесткое, и максимальный угол, при котором возможно движение вверх вдоль плоскости робота с грузом $\alpha_{\max} = \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{6}\right) \approx 9{,}5°$.

Задание 2:

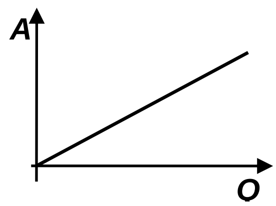
Вопрос: Одноатомный идеальный газ участвует в процессе, в котором его давление растет прямо пропорционально объему. Постройте график зависимости совершенной в этом процессе работы от полученного газом количества теплоты.

Задача: В тепловом двигателе в качестве рабочего тела используется одноатомный идеальный газ. Цикл рабочего тела состоит из изобары 1-2, процесса 2-3, диаграмма которого в координатах давление-объем – прямая, проходящая через начало координат, и адиабаты 3-1 (см. рисунок). Известно, что в процессе 2-3 над газом совершается работа, равная шестой части количества теплоты, подведенной к газу в изобарическом процессе. При этом 25% работы рабочего тела в цикле расходуется на компенсацию потерь на трение в узлах двигателя. Остальные потери можно считать пренебрежимо малыми. Найти КПД двигателя.



Ответ на вопрос: Рассмотрим расширение газа от объема V_1 до V_2. Работа газа равна площади под диаграммой процесса в координатах $p-V$ (площади трапеции), то есть

$$A = \frac{p(V_1) + p(V_2)}{2}(V_2 - V_1) = \frac{\alpha}{2}(V_2 + V_1)(V_2 - V_1) = \frac{\alpha}{2}(V_2^2 - V_1^2).$$



При этом изменение температуры, в соответствии с уравнением Менделеева-Клапейрона $\Delta T = \frac{1}{\nu R}(p_2V_2 - p_1V_1) = \frac{\alpha}{\nu R}(V_2^2 - V_1^2)$, и поэтому $A = \frac{\nu R}{2}\Delta T$. Количество теплоты $Q = A + \Delta U = \frac{1}{2}\nu R\Delta T + \frac{3}{2}\nu R\Delta T = 4A$. Итак, $A = \frac{1}{4}Q$. График показан на рисунке.

Решение задачи: В процессе 1-2 газ получает тепло, а в процессе 2-3 – отдает. Поэтому теплота нагревателя $Q_H = Q_{12}$, а теплота холодильника $Q_X = -Q_{23}$. В соответствии с результатом, полученным в ответе на вопрос, $A_{23}=\frac{1}{4}Q_{23}\Rightarrow Q_X=4|A_{23}|$. Из условия ($Q_H=6|A_{23}|$) находим, что КПД цикла (без учета потерь на трение) $\eta_0=1-\frac{Q_X}{Q_H}=\frac{1}{3}$. С учетом потерь на трение КПД двигателя $\eta=0{,}75\cdot\eta_c=\frac{1}{4}=25\%$.

Задание 3:
Вопрос: Электромотор подключен к аккумулятору с ЭДС 40 В. Полное сопротивление контура обмотки ротора равно 8 Ом. Найти максимальную возможную величину полезной мощности электромотора. Потерями на трение в узлах двигателя пренебречь.
Задача: С помощью легких прочных тросов и электродвигателей из воды вытаскивают небольшой стальной груз. Сила сопротивления, действующая на груз со стороны воды, с хорошей точностью пропорциональна скорости его подъема. Если к грузу прицепить вертикальный трос от одного электродвигателя и использовать для питания двигателя аккумулятор с пренебрежимо малым внутренним сопротивлением, то в установившемся режиме ток через аккумулятор равен $I_1=2{,}2$ А. Если использовать два таких электродвигателя, подключенных к тому же аккумулятору параллельно (оба троса вертикальны), то ток возрастет до $I_2=3{,}6$ А. Каким станет ток через аккумулятор, если аналогичным образом использовать четыре таких же электродвигателя? Известно, что сила натяжения троса, создаваемая электродвигателем, прямо пропорциональна силе тока, текущего в обмотке его ротора.

Ответ на вопрос: Мощность, отдаваемая в цепь аккумулятором, расходуется на компенсацию тепловых потерь в контуре обмотки ротора (мощность которых $P_Q=RI^2$) и полезную работу. Значит, $P_n=\mathrm{E}\cdot I-RI^2$. При изменении режима работы двигателя изменяется сила тока через обмотку ротора. Как видно из записанного выражения (график функции $P_n(I)$ - парабола), максимальная мощность двигателя достигается при $I=\frac{\mathrm{E}}{2R}$, и она равна $P_{n\max}=\frac{\mathrm{E}^2}{4R}=50$ Вт.

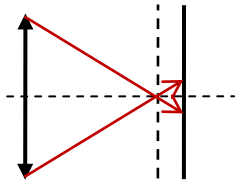
Решение задачи: Запишем уравнение энергетического баланса цепи при использовании *n* электродвигателей. Если ток аккумулятора равен I_n, то каждый двигатель потребляет ток $\frac{1}{n}I_n$. Обозначим R сопротивление цепи ротора каждого из электродвигателей, а Е – ЭДС аккумулятора. Тогда $\mathrm{E}\cdot I_n=nR(I_n/n)^2+P_n$. Сила натяжения троса при равномерном движении должна уравновешивать сумму силы Архимеда, веса груза и силы сопротивления среды, которая по условию пропорциональна скорости: $|\vec{F}_c|=\alpha\cdot v$. Итак, $F=mg-F_A+\alpha\cdot v\equiv F_0+\alpha\cdot v$. Полезная мощность P_n, развиваемая всеми двигателями, равна $P_n=F\cdot v_n=(F_0+\alpha v_n)v_n$ (v_n – скорость подъема груза при использовании *n* электродвигателей). Ясно также, что тросы натянуты одинаково, а по условию сила натяжения каждого троса пропорциональна силе тока в обмотке ротора одного двигателя с некоторым коэффициентом (обозначим его *k*). Поэтому $F_0+\alpha\cdot v_n=n\cdot k\cdot\frac{I_n}{n}\Rightarrow v_n=\frac{kI_n-F_0}{\alpha}$.

Следовательно, $\mathrm{E}\cdot I_n=\frac{R}{n}I_n^2+kI_n\cdot\alpha\frac{kI_n-F_0}{\alpha}$. Из этого соотношения находим, что $I_n=\frac{(\mathrm{E}+kF_0)n}{R+k^2n}$. Удобнее анализировать поведение **обратной силы тока** $\frac{1}{I_n}=\frac{k^2}{\mathrm{E}+kF_0}+\frac{R}{\mathrm{E}+kF_0}\frac{1}{n}$, так как оно проще зависит от *n*. В самом деле, из выражений $\frac{1}{I_1}=\frac{k^2}{\mathrm{E}+kF_0}+\frac{R}{\mathrm{E}+kF_0}$ и $\frac{1}{I_2}=\frac{k^2}{\mathrm{E}+kF_0}+\frac{R}{\mathrm{E}+kF_0}\frac{1}{2}$ находим, что $\frac{R}{2(\mathrm{E}+kF_0)}=\frac{1}{I_1}-\frac{1}{I_2}$. Затем, из

соотношения $\frac{1}{I_4}=\frac{k^2}{\mathrm{E}+kF_0}+\frac{R}{\mathrm{E}+kF_0}\frac{1}{4}$ получаем $\frac{1}{I_2}-\frac{1}{I_4}=\frac{R}{4(\mathrm{E}+kF_0)}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{I_1}-\frac{1}{I_2}\right)$.
Следовательно, $I_4=\frac{2I_1I_2}{3I_1-I_2}=5{,}28\,\mathrm{А}$.

Задание 4:
Вопрос: Небольшая лампочка приближается к тонкой линзе по главной оптической оси со скоростью 0,4 м/с. Найти скорость действительного изображения лампочки в тот момент, когда расстояние от лампочки до линзы в три раза превышает фокусное расстояние линзы.
Задача: Школьник установил на квадрокоптер пленочный фотоаппарат с дистанционным управлением. Он отрегулировал объектив так, что чувствительная поверхность пленки располагалась на расстоянии $l=20{,}1$мм от объектива – при этом максимально четкими на снимке получались объекты на поверхности земли при заданной высоте зависания квадрокоптера. Оказалось, что эти объекты становятся размытыми, если это расстояние увеличить на $\Delta l=0{,}1$мм. Каким должно быть время открытия затвора фотоаппарата, чтобы при полете на той же высоте со скоростью $v=3$м/с объекты на поверхности земли не получались размытыми на снимке? Диаметр объектива $d=15$мм, а его оптическая сила $D=50$дптр.

Ответ на вопрос: Ясно, что линза собирающая. По формуле линзы $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{F}$. Продифференцируем это соотношение и учтем, что $a'_t=-v_a$ (уменьшение a соответствует движению по направлению к линзе) и $b'_t=v_b$. Тогда $\frac{v_a}{a^2}-\frac{v_b}{b^2}=0\Rightarrow v_b=\frac{b^2}{a^2}v_a$. Из той же формулы линзы $b=\frac{aF}{a-F}$, то есть $v_b=\frac{F^2}{(a-F)^2}v_a$, и $a=3F$ при получаем $v_b=\frac{1}{4}v_a=0{,}1$м/с.
Решение задачи: Ясно, что l – это расстояние от линзы до изображения предметов, находящихся на заданной высоте h. Следовательно, $\frac{1}{h}+\frac{1}{l}=D\Rightarrow h=\frac{l}{Dl-1}$. При увеличении расстояния на Δl лучи, сфокусированные в точку на предыдущем расстоянии дают пятно размером $\delta=\frac{\Delta l}{l}d$ (см. рисунок). Это и есть величина изображения точки, при котором она выглядит «размытой». При перемещении объекта перпендикулярно главной оптической оси линзы со скоростью v относительно линзы ее изображение перемещается в плоскости со скоростью



$v'=\frac{l}{h}v=(Dl-1)v$. Значит, условие того, чтобы объекты на поверхности земли «не получались размытыми на снимке» - это $v'\tau=(Dl-1)v\tau<\delta$. В результате получаем, что $\tau<\frac{\Delta l}{l(Dl-1)}\frac{d}{v}\approx 0{,}005$с.

Теперь разберем, как подводятся итоги заключительного этапа олимпиады «Робофест». В 2018/19 учебном году использовались следующие критерии определения победителей и призеров:

для 10-11 классов

ПОБЕДИТЕЛЬ (диплом I степени) — от 66 баллов включительно и выше;

ПРИЗЕР (диплом II степени) — от 60 баллов включительно до 65 баллов включительно;

ПРИЗЕР (диплом III степени) ─ от 53 баллов включительно до 59 баллов включительно.

для 7-9 классов

ПОБЕДИТЕЛЬ (диплом I степени) ─ от 71 балла включительно и выше;

ПРИЗЕР (диплом II степени) ─ от 60 баллов включительно до 70 баллов включительно;

ПРИЗЕР (диплом III степени) ─ от 52 баллов включительно до 59 баллов включительно.

Максимальная сумма баллов заключительного этапа для всех классов: 100 баллов.

Итак, всякий из участников олимпиады, умеющий учиться и имеющий достаточно мотивации для серьезной работы – начиная от отборочного этапа и до финала, может стать победителем или призером олимпиады «Робофест». Поэтому – дерзайте!

Подведением итогов олимпиады ее работа с победителями и призерами не заканчивается: Для учеников 11 класса организуются бесплатные курсы по подготовке к ЕГЭ по физике. В 2017/2018 и в 2018/19 годах победители и призеры олимпиады сдали ЕГЭ успешно, и многие из них, используя льготы по дипломам олимпиады, поступили в выбранные ВУЗы, в том числе и на физический факультет МГУ.

Желаем успеха всем участникам Фестиваля «РобоФест» и олимпиады «Робофест»!